Universidad San Jorge

Facultad de Comunicación y Ciencias Sociales

Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas

Trabajo Fin de Máster

MATEMÁTICAS CON METODOLOGÍAS ACTIVAS Y MATERIALES MANIPULATIVOS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

Autor del proyecto: Pedro Soler Salvador

Director del proyecto: Carlos Pérez Caseiras

Zaragoza, 27 de junio de 2022

universidad SANJORGE

GRUPO SANVALERO

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. RESUMEN 1

2. ABSTRACT 2

3. INTRODUCCIÓN 3

3.1. JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA 3
3.2. PREGUNTAS INICIALES 4
3.3. OBJETIVOS GENERALES 5

4. MARCO TEÓRICO 6

4.1. ESTADO ACTUAL DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA 6
4.2. DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS 7
4.3. MODELOS DIDÁCTICOS 8
4.3.1. Modelo de transmisión-recepción 8
4.3.2. Modelo constructivista 8
4.3.3. Modelo por descubrimiento 8
4.3.4. Actividades prácticas en función del modelo 9
4.4. APLICACIÓN DE METODOLOGÍAS DE PARTICIPACIÓN ACTIVA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS 9
4.5. UTILIDAD DE LOS MATERIALES MANIPULATIVOS PARA LA COMPRENSIÓN DE LAS MATEMÁTICAS 10
4.6. MARCO LEGISLATIVO 11
4.6.1. Legislación Estatal 11
4.6.2. Legislación de la Comunidad Autónoma de Aragón 11
4.6.2.1. Currículo 12
4.6.2.2. Evaluación 12
4.6.3. Organización y funcionamiento I.E.S. 12

5. PROYECTO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA 13

5.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROYECTO 13
5.2. DIAGNÓSTICO / VIABILIDAD DEL PROYECTO 13
5.2.1. Investigación y herramientas 13
5.2.2. Conclusiones obtenidas a partir de la investigación 14
5.3. OBJETIVOS CONCRETOS DEL PROYECTO 14
5.4. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROYECTO 15
5.4.1. Características del centro educativo 15
5.4.2. Características del equipo docente implicado 16
5.4.3. Características específicas de los estudiantes 16
5.5. METODOLOGÍAS A UTILIZAR EN LA PUESTA EN MARCHA DEL PROYECTO 17
5.5.1. Aula invertida o Flipped classroom 18
5.5.2. Expositiva - Instructiva 18
5.5.3. Materiales manipulativos 18
5.5.4. Aprendizaje cooperativo 19
5.5.5. Aprendizaje colaborativo 19
5.5.6. Gamificación 19

5.5.7. Aprendizaje basado en problemas, proyectos o retos (ABP o ABR) . 19
5.6. DISEÑO DEL PROYECTO ... 20
5.6.1. Contenidos y materias relacionados ... 20
5.6.1.1. Unidades didácticas propuestas – Matemáticas 1º ESO ... 21
UD 1. Números naturales, enteros y decimales ... 21
UD 2: Potencias y raíces ... 22
UD 3: Divisibilidad, fracciones y proporcionalidad ... 23
UD 4: Sistema métrico decimal ... 24
UD 5: Iniciación al álgebra ... 24
UD 6: Representación de funciones ... 25
UD 7: Estadística y probabilidad ... 26
UD 8: Rectas y ángulos ... 27
UD 9: Figuras geométricas planas. Perímetros y áreas ... 27
5.6.1.2. Unidades didácticas propuestas – Matemáticas 2º ESO ... 28
UD 1. Números enteros y decimales ... 28
UD 2: Potencias y raíces ... 29
UD 3: Fracciones y proporcionalidad numérica ... 30
UD 4: Expresiones algebraicas ... 31
UD 5: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones ... 31
UD 6: Funciones ... 32
UD 7: Estadística y probabilidad ... 33
UD 8: Figuras geométricas planas y espaciales. Áreas y volúmenes ... 34
UD 9: Proporcionalidad geométrica ... 35
5.6.1.3. Temporalización del curso académico ... 35
Temporalización de unidades didácticas 1º ESO ... 36
Temporalización de unidades didácticas 2º ESO ... 36
5.6.2. Competencias clave a desarrollar ... 37
5.6.2.1. CCL - Competencia en Comunicación Lingüística ... 37
5.6.2.2. CMCT - Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología ... 37
5.6.2.3. CD – Competencia Digital ... 37
5.6.2.4. CAA – Competencia de Aprender a Aprender ... 38
5.6.2.5. CSC - Competencias Sociales y Cívicas ... 38
5.6.2.6. CIEE – Competencia de Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor ... 38
5.6.2.7. CEC – Competencia de Conciencia y Expresiones Culturales ... 38
5.6.3. Recursos necesarios para el desarrollo ... 38
5.7. DESARROLLO DEL PROYECTO ... 39
5.7.1. Fases del desarrollo del proyecto ... 39
5.7.1.1. Contenidos, para empezar ... 40
Aula invertida (Flipped classroom) ... 40
Refuerzo y resolución de dudas por parte del profesor ... 40
5.7.1.2. Actividades, para asimilar ... 40
Actividades con materiales manipulativos ... 40
5.7.1.3. Problemas y retos, para consolidar ... 40
Resolución de problemas de forma autónoma ... 40
Proyectos o retos ... 41
Concursos de preguntas en el aula ... 41
5.7.1.4. Evaluación del proyecto y mejora continua ... 41

5.7.2. Aplicación de las fases de desarrollo en una unidad didáctica 42
5.7.3. Secuenciación de actividades con materiales manipulativos 43
5.7.3.1. Distribución de actividades - Matemáticas 1º ESO 43
5.7.3.2. Distribución de actividades - Matemáticas 2º ESO 44
5.7.4. Desarrollo de las actividades con materiales manipulativos 45
5.7.4.1. Cuenta conmigo 45
5.7.4.2. Más allá de la coma 46
5.7.4.3. Sentando las bases 47
5.7.4.4. Los primos finos 48
5.7.4.5. Repartiendo el pastel 48
5.7.4.6. Peras con peras, manzanas con manzanas 50
5.7.4.7. Los átomos del álgebra 51
5.7.4.8. Buscando el equilibrio 52
5.7.4.9. Hundir la flota 53
5.7.4.10. Analiza la muestra 54
5.7.4.11. Skyline estadístico 54
5.7.4.12. Los graduados 55
5.7.4.13. Figuras elásticas 56
5.7.4.14. Lados al cuadrado 57
5.7.4.15. Baldosas unitarias 58
5.7.4.16. El tiempo vuela 60
5.7.4.17. Volúmenes factorizados 60
5.7.4.18. Masterchef matemático 61
5.7.4.19. Puzzle de polinomios 62
5.7.4.20. Valores ocultos 63
5.7.4.21. Que comience la función 64
5.7.4.22. No confíes en la suerte 64
5.7.4.23. Estructuras geométricas 65
5.7.4.24. Lo importante está en el interior 66
5.7.4.25. Midiendo a bastonazos 67
5.7.5. Evaluación del alumno 68
5.7.5.1. Evaluación inicial 68
5.7.5.2. Procedimientos e instrumentos de evaluación 68
Observación en el aula 68
Actividades participativas 68
Problemas, retos, trabajos y proyectos 69
Pruebas escritas 69
5.7.5.3. Criterios de evaluación 69
5.7.5.4. Criterios de calificación y corrección 69
Observación en el aula 69
Actividades participativas 69
Problemas, retos, trabajos, proyectos y pruebas escritas 69
5.7.5.5. Obtención de la calificación final 70
5.7.6. Evaluación del proyecto 70
5.7.6.1. Metodología para el análisis de la implantación 70
5.7.6.2. Herramientas para la recogida de información 71
Observación en el aula 71
Cuestionarios individuales 71
Grupos focales / Entrevistas 72

Instrumentos de evaluación y calificación de la asignatura 72
5.7.6.3. Análisis de la información 72
Herramientas de observación en el aula o de resultados de instrumentos . 72
Herramientas que ofrecen resultados cerrados 72
Herramientas de respuesta abierta y debates grupales 72

6. CONCLUSIONES 73

6.1. CONCLUSIONES E IDEAS FUNDAMENTALES 73
6.2. CONSECUCIÓN DE LOS OBJETIVOS PLANTEADOS 74
6.3. LIMITACIONES DEL PROYECTO 74
6.4. PROSPECCIÓN / LÍNEAS DE ACCIÓN Y MEJORA FUTURA 74

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS i

ANEXO 1: RÚBRICAS DE EVALUACIÓN I

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Tapones con números enteros 45
Figura 2: Números decimales con papel cuadriculado 46
Figura 3: Policubos formando potencias 47
Figura 4: Policubos formando cuadrados y cubos 47
Figura 5: Divisibilidad con policubos 48
Figura 6: Tiras para trabajar fracciones 49
Figura 7: Círculos para trabajar fracciones 49
Figura 8: Fichas para los cambios de unidades 50
Figura 9: Policubos formando un monomio 1 51
Figura 10: Policubos formando un monomio 2 51
Figura 11: Juego de la balanza para ecuaciones 52
Figura 12: Tablero de barquitos cartesianos 53
Figura 13: Muestra de variedades de legumbres 54
Figura 14: Gráfico de barras con policubos 54
Figura 15: Ángulos con palos de helado 55
Figura 16: Geoplano con figuras geométricas 56
Figura 17: Pitágoras – Cuadrados de los catetos 57
Figura 18: Pitágoras – Cuadrado de la hipotenusa 57
Figura 19: Figuras del Pentominó 58
Figura 20: Pentominó - Rectángulos de 12 figuras 59
Figura 21: Prismas con policubos 61
Figura 22: Puzzle de polinomios en blanco 62
Figura 23: Tarjeta sistemas de ecuaciones 63
Figura 24: Construcción de estructuras geométricas 65
Figura 25: Cuerpos geométricos rellenables 66
Figura 26: Torre de Keops y bastón de Tales 67

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Unidad didáctica 1. Curso 1º ESO 21
Tabla 2: Unidad didáctica 2. Curso 1º ESO 22
Tabla 3: Unidad didáctica 3. Curso 1º ESO 23
Tabla 4: Unidad didáctica 4. Curso 1º ESO 24
Tabla 5: Unidad didáctica 5. Curso 1º ESO 24
Tabla 6: Unidad didáctica 6. Curso 1º ESO 25
Tabla 7: Unidad didáctica 7. Curso 1º ESO 26
Tabla 8: Unidad didáctica 8. Curso 1º ESO 27
Tabla 9: Unidad didáctica 9. Curso 1º ESO 27
Tabla 10: Unidad didáctica 1. Curso 2º ESO 28
Tabla 11: Unidad didáctica 2. Curso 2º ESO 29
Tabla 12: Unidad didáctica 3. Curso 2º ESO 30
Tabla 13: Unidad didáctica 4. Curso 2º ESO 31
Tabla 14: Unidad didáctica 5. Curso 2º ESO 31
Tabla 15: Unidad didáctica 6. Curso 2º ESO 32
Tabla 16: Unidad didáctica 7. Curso 2º ESO 33
Tabla 17: Unidad didáctica 8. Curso 2º ESO 34
Tabla 18: Unidad didáctica 9. Curso 2º ESO 35
Tabla 19: Temporalización de unidades didácticas de 1º ESO 36
Tabla 20: Temporalización de unidades didácticas de 2º ESO 36
Tabla 21: Aplicación de las fases de desarrollo en una unidad didáctica 42
Tabla 22: Distribución de actividades manipulativas en 1º ESO 43
Tabla 23: Distribución de actividades manipulativas en 2º ESO 44
Tabla 24: Resultados Pentominó - Rectángulos 3 a 11 figuras 58
Tabla 25: Resultados Pentominó - Rectángulos 12 figuras 59
Tabla 26: Proporcionalidad de ingredientes 61
Tabla 27: Características de estructuras geométricas 65
Tabla 28: Peso en la calificación final de los instrumentos 70

1. RESUMEN

El presente Trabajo Fin de Máster plantea un proyecto de innovación educativa para la enseñanza de la materia de Matemáticas en los primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria, basado en el empleo de metodologías de participación activa y materiales didácticos manipulativos.

A partir de una profunda reflexión sobre el sistema educativo actual y sobre los malos resultados de los alumnos en España en la competencia matemática, tal como se refleja en los resultados de estudios como PISA o TIMSS, se plantea el diseño de un proyecto educativo que pretende atajar esta situación y ser el comienzo de una mejora en los métodos educativos para adaptarlos a las demandas de la sociedad actual.

El proyecto que se propone pone al alumno en el foco del proceso de enseñanza-aprendizaje, siendo el protagonista de su propio aprendizaje, y para ello se vale de diversas metodologías educativas activas como aula invertida, aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en problemas o gamificación, entre otras, que se aplican en las distintas fases de desarrollo del proyecto.

Con el objetivo de plantear un proyecto que abarque el ciclo completo del proceso, se propone una serie de fases para su desarrollo de forma ordenada y estructurada. La primera de estas fases se diseña para la adquisición de forma amena y atractiva de las bases teóricas necesarias para afrontar los contenidos de la unidad, la segunda para la interiorización de los conceptos matemáticos fundamentales, la tercera para la consolidación de lo adquirido anteriormente y el trabajo de forma autónoma, y la cuarta para la evaluación del funcionamiento del proyecto en base a los alumnos y la retroalimentación para la mejora continua del mismo.

Aunque todas las fases del desarrollo del proyecto son importantes, se asigna un mayor protagonismo a la segunda fase, en la que se produce la asimilación y comprensión real de los conceptos básicos sobre los que se construye el resto del aprendizaje. Esta fase se lleva a cabo con actividades basadas en la utilización de materiales didácticos manipulativos, que facilitan el aprendizaje al producirse de forma visual y lógica. El empleo de estos materiales permite realizar representaciones reales de conceptos abstractos.

El alcance del trabajo es el diseño del proyecto a nivel teórico, aunque apoyado en referencias y experiencias reales, pero se definen con detalle las etapas para su correcta implantación y los instrumentos que se deben utilizar en cada una de ellas para llegar a conseguir los objetivos e ir mejorando el proyecto de forma continua.

Palabras clave: Matemáticas, Metodologías activas, Materiales manipulativos, Innovación educativa, Educación secundaria.

2. ABSTRACT

This Master's Thesis proposes an educational innovation project for the teaching of Mathematics in the first years of Compulsory Secondary Education, based on the use of active participation methodologies and manipulative teaching materials.

Based on a profound reflection on the current educational system and on the poor results of students in Spain in mathematical competence, as reflected in the results of studies such as PISA or TIMSS, the design of an educational project that aims to tackle this situation and be the beginning of an improvement in educational methods to adapt them to the demands of today's society.

The proposed project puts the student in the focus of the teaching-learning process, being the protagonist of their own learning, and for this it uses various active educational methodologies such as flipped classroom, cooperative learning, problem-based learning or gamification, among others, which are applied in the different phases of project development.

With the aim of proposing a project that encompasses the complete cycle of the process, a series of phases are proposed for its development in an orderly and structured manner. The first of these phases is designed for the acquisition in an entertaining and attractive way of the theoretical bases necessary to face the contents of the unit, the second for the internalization of the fundamental mathematical concepts, the third for the consolidation of what was previously acquired and the work in an autonomous manner, and the fourth for the evaluation of the operation of the project based on the students and the feedback for its continuous improvement.

Although all phases of the development of the project are important, the greatest role is assigned to the second phase, in which the assimilation and real understanding of the basic concepts on which the rest of the learning is built takes place. This phase is carried out with activities based on the use of manipulative teaching materials, which facilitate learning by occurring visually and logically. The use of these materials allows for real representations of abstract concepts.

The scope of the work is the design of the project at a theoretical level, although supported by references and real experiences, but the stages for its correct implementation and the instruments that must be used in each of them to achieve the objectives and improve the project continuously, are defined in detail.

Keywords: Mathematics, Active methodologies, Manipulative materials, Educational innovation, Secondary education.

3. INTRODUCCIÓN

El presente Trabajo Fin de Máster se plantea como un proyecto de innovación educativa en el ámbito de los primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria.

Tras una exhaustiva revisión de la bibliografía y de las experiencias existentes, así como del análisis del marco teórico, se realiza un diagnóstico de la situación actual y se define una propuesta detallada de la programación de la asignatura de Matemáticas en los cursos de 1º y 2º de ESO, que puede servir como hoja de ruta y ser una guía hacia la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las actividades que se plantean están fundamentadas en metodologías didácticas participativas de aprendizaje activo y se llevan a cabo con materiales manipulativos principalmente, que permiten a los alumnos asimilar los conceptos y conocimientos mediante observación, análisis y experimentación, de manera que les ayuden a superar los problemas que se presentan de manera más habitual.

Estas actividades son el núcleo principal del proyecto, pero existen otras fases que lo completan. Previamente a las actividades, los alumnos deben adquirir unos conocimientos básicos, y posteriormente a la realización de las mismas se deben afianzar los conceptos fundamentales vistos durante estas dinámicas.

En la parte final del trabajo se plantea el procedimiento para la evaluación y mejora continua del proyecto, y posteriormente se analizan las perspectivas de la futura aplicación del método y los aspectos que se deben tener en cuenta para proyectarlo a otros niveles o materias.

Poniendo ahora el foco exclusivamente en este apartado de introducción, a lo largo del mismo se van revisando aspectos fundamentales en los distintos subapartados que lo forman, comenzando por la justificación de la propuesta que se plantea en este trabajo, y pasando posteriormente por las preguntas que se pretenden responder a lo largo del mismo y por los objetivos principales que se persiguen con su elaboración.

3.1. JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA

Históricamente, el aprendizaje de las matemáticas ha supuesto un obstáculo para muchos alumnos, que les ha generado importantes carencias en su formación. Esto es algo que sigue ocurriendo hoy en día, tal y como se refleja en estudios como PISA (Programme for International Student Assessment), realizado por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), o como TIMSS (Trends In Mathematics and Science Study), llevado a cabo por IEA (Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo), que muestran malos resultados en la competencia matemática de los alumnos, como se verá más adelante, en el marco teórico.

El hecho de que existan estas dificultades con las matemáticas puede resultar contradictorio, al tratarse de una materia basada en la lógica y que es tan visual en muchas de sus vertientes. Además, siendo una de las principales materias por su transversalidad con otras, y dado que implica muchas de las habilidades y competencias con las que los alumnos deben contar, las dificultades o retrasos que se producen en los conceptos fundamentales vinculados a esta materia afectan a otras y se van acumulando, hasta el punto de que pueden derivar en graves carencias educativas o incluso ser el germen del fracaso escolar de algunos alumnos.

Se plantea la hipótesis de que el origen de esta situación y sus malos resultados pudiera estar en la forma en la que se imparte esta materia, que habitualmente no se adapta a las habilidades o tipos de inteligencia que tiene más desarrollados cada alumno.

A partir de los resultados de otras experiencias existentes, y de las conclusiones que de ellas se pueden extraer, se vislumbra que estos problemas podrían tener solución o minimizarse en gran medida con el empleo de metodologías y actividades que aborden los contenidos desde nuevos enfoques, más prácticos y visuales, y que se adapten a las capacidades y desarrollo de cada alumno.

En este sentido, y con el objetivo de tratar de atajar esta situación propia de una educación desfasada con la realidad actual, la Ley Orgánica 3/2020 o Ley Orgánica de Modificación de la Ley Orgánica de Educación (LOMLOE) indica de manera expresa lo siguiente:

- *A los efectos de lo dispuesto en esta Ley, se entiende por currículo el conjunto de objetivos, competencias, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente Ley. (*Ley Orgánica 3/2020, Artículo único. Término cuatro. Punto 1)
- *En esta etapa se pondrá especial énfasis en garantizar la inclusión educativa; en la atención personalizada al alumnado y a sus necesidades de aprendizaje, participación y convivencia; en la prevención de las dificultades de aprendizaje y en la puesta en práctica de mecanismos de refuerzo y flexibilización, alternativas metodológicas u otras medidas adecuadas tan pronto como se detecten cualquiera de estas situaciones. (*Ley Orgánica 3/2020, Artículo único. Término once. Punto 1)
- *Con objeto de fomentar la integración de las competencias, se dedicará un tiempo del horario lectivo a la realización de proyectos significativos para el alumnado y a la resolución colaborativa de problemas, reforzando la autoestima, la autonomía, la reflexión y la responsabilidad. (*Ley Orgánica 3/2020, Artículo único. Término once. Punto 4)
- *Las Administraciones educativas impulsarán que los centros establezcan medidas de flexibilización en la organización de las áreas, las enseñanzas, los espacios y los tiempos y promuevan alternativas metodológicas, a fin de personalizar y mejorar la capacidad de aprendizaje y los resultados de todo el alumnado. (*Ley Orgánica 3/2020, Artículo único. Término once. Punto 5)

En base a todo lo anterior, queda patente la importancia que se da en la nueva legislación educativa a los métodos pedagógicos con participación activa de los alumnos, a la personalización de la educación, o al compromiso y la flexibilización que se requiere para la promoción y aplicación de los mismos Se atribuye a estas metodologías una relevancia tal, que se indica que deben formar parte del currículo.

La propuesta del proyecto de innovación educativa que se desarrolla en el presente Trabajo Fin de Máster se justifica en la necesidad de analizar el origen de la situación existente, y en encontrar métodos alternativos de enseñanza que faciliten la comprensión e interiorización de los conocimientos básicos de la materia desde los primeros cursos de educación secundaria.

3.2. PREGUNTAS INICIALES

El planteamiento de proyectos educativos como el que se propone en el presente trabajo surge de la necesidad de responder una serie de preguntas sobre la realidad actual de la enseñanza en general, y de las matemáticas en particular. Si bien algunas se pueden responder a lo largo del presente trabajo, otras muchas respuestas se irán encontrando conforme se vaya avanzando por el camino de la innovación.

Las principales preguntas que motivan la elaboración de este proyecto, y que se pretenden responder a lo largo de este trabajo, son:

- ¿Cuáles son las causas que provocan que tradicionalmente haya un gran porcentaje de alumnos que tiene dificultades para asimilar los conceptos matemáticos?
- ¿El sistema educativo es acorde a la sociedad actual y se ha adaptado a los cambios que ésta ha experimentado en las últimas décadas?
- ¿Los métodos didácticos que se emplean habitualmente son los adecuados para el proceso de enseñanza-aprendizaje? ¿Deben emplearse los mismos en todas las materias?
- ¿Es realmente posible aplicar las directrices que se indican en la legislación vigente, en lo referente al empleo de metodologías innovadoras y a la personalización de la educación, con la organización del sistema educativo actual y con los recursos de los que se dispone?
- ¿Los docentes quieren que cambie el sistema educativo y sus metodologías didácticas o prefieren seguir haciendo "lo de siempre"?
- ¿Cuál es la forma más adecuada para que los alumnos interioricen los conceptos y los aprendan realmente, en lugar de memorizarlos para después olvidarlos?
- ¿Los alumnos disfrutan aprendiendo? ¿Les resulta atractivo? ¿Tienen ganas de ir a clase? ¿Se sienten cómodos?
- ¿La aplicación de metodologías que hagan participar a los alumnos de forma activa consigue aumentar el interés de los mismos por la materia?

3.3. OBJETIVOS GENERALES

El objetivo principal del presente proyecto es contribuir en la mejora de la enseñanza de matemáticas, para cambiar la situación actual y reducir las dificultades que supone para los alumnos el aprendizaje de esta materia. Estas dificultades podrían estar provocadas en gran parte por un sistema educativo que cuenta con un proceso de enseñanza-aprendizaje principalmente instructivo y desactualizado, y otros factores que se abordan con detalle más adelante, en el marco teórico.

A lo largo de este trabajo se recogen indicios que sugieren que la situación actual podría comenzar a mejorar con la implantación de proyectos como el que se propone, basados en el empleo de metodologías didácticas de participación activa para la enseñanza de matemáticas. Aunque no se encuentra dentro del alcance del trabajo la implantación del proyecto en un contexto real, sí que se muestran las ventajas del empleo de estas metodologías y se disponen los instrumentos para medirlo cuando se lleve a cabo.

4. MARCO TEÓRICO

El marco teórico es el lugar donde se recopila toda la información relevante que se ha seleccionado durante la revisión bibliográfica, relacionada con el ámbito y el contenido del proyecto. Por lo tanto, en este apartado se definen los conceptos clave más importantes para el diseño y el desarrollo del proyecto, además de incluir los antecedentes y las bases teóricas necesarias para ello.

4.1. ESTADO ACTUAL DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

La competencia matemática se encuentra actualmente en horas bajas, así como el interés de la mayoría de alumnos por la materia, debido principalmente a las grandes dificultades que tienen para asimilar los contenidos y adquirir los conocimientos de la misma (Campos Puente, 2020).

Existen numerosos estudios que reflejan los problemas que suponen las matemáticas en la formación de muchos alumnos, siendo uno de los más reconocidos el estudio PISA, de la OCDE, como se comentaba en la introducción, que mide distintas competencias en los alumnos de 15 años a nivel internacional. Una de estas competencias es la competencia matemática, cuya evaluación se divide en cuatro categorías: cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, e incertidumbre y datos (Llena Cortés, 2017).

Este informe, en su versión PISA 2018, que es la más reciente hasta la fecha, arrojaba para los alumnos de España unos resultados en la competencia matemática por debajo de la media de la edición anterior, el informe PISA 2015, y en ciencias los peores desde que se comenzó a realizar este informe (Europa Press, 2019).

El estudio TIMSS, de la IEA, es un estudio sobre ciencias y matemáticas en niveles que van desde 4º de primaria hasta 2º de ESO. Aunque España solamente participa en primaria desde hace varias ediciones, los resultados son útiles para el objetivo de este trabajo porque reflejan el nivel inicial que tienen los alumnos al empezar la secundaria.

Los resultados del último informe TIMSS, realizado en 2019, reflejan que el rendimiento en matemáticas de los alumnos de 4º de primaria es significativamente inferior al de la OCDE, y también al total de la Unión Europea, lo que se traduce en un retraso acumulado de medio curso académico, mientras los alumnos de la misma edad en Singapur tienen un nivel de tres cursos más, es decir, de 1º de ESO. En estos resultados, España se sitúa en el puesto 37, entre Serbia y Armenia, de 58 países que participan. Analizando por segmentos, el 34,64% de alumnos en España cuenta con un nivel bajo o muy bajo en matemáticas, y tan solo el 3,8% se puede considerar que tiene un nivel avanzado (Marqués, 2020a).

Según Luis J. Rodríguez, presidente de la Comisión de Educación de la RSME (Real Sociedad Matemática Española), no hay duda sobre cuáles son los factores que han hecho que se llegue a esta situación, y que siguen en la actualidad. En primer lugar, el currículo es demasiado extenso y variado (la RSME calcula que sobra un 20% en primaria, y aún más en secundaria) y los profesores deber luchar contrarreloj hasta final de curso. En segundo lugar, el currículo oculto, que lleva a repetir prácticas que hace décadas que no están en el currículo y que consumen un gran número de sesiones, como por ejemplo hacer raíces cuadradas a mano. En tercer lugar, la ausencia de formación continua del profesorado que, aunque en educación secundaria sí que existe especialización en la formación de los docentes y en sus inicios están bien formados, se van quedando desactualizados con el tiempo, tanto en contenidos como en

metodologías. Además, es completamente necesaria más formación en una atención a la diversidad real y completa, para poder adaptarse a cada alumno (Marqués, 2020b).

Esta situación es preocupante por la importancia que tiene el conocimiento y el manejo de las matemáticas en el día a día, que nos permite interactuar personal y profesionalmente, y comprender el contexto en el que vivimos. Además, el aprendizaje de las matemáticas ayuda a razonar de forma ordenada y al desarrollo del espíritu crítico, enfrentando la realidad con coherencia, lógica y tratando de obtener resultados que cuenten con cierta exactitud (Román Andújar, 2018).

Parece evidente que hay algo en el sistema y en el método educativo que no está funcionando, o que al menos no está dando los resultados que debería. Esto puede deberse a la escasa o nula actualización de este sistema en las últimas décadas, ya que el formato curricular que se aplica, entendido en sentido amplio, no ha variado sustancialmente durante este periodo, mientras que sí que han evolucionado otros factores como la tecnología, las familias o la sociedad, entre otros, por lo que las demandas sociales y el perfil de salida que se espera y se exige a los alumnos actualmente al terminar su formación ya no es el que era antaño (Pertusa Mirete, 2020).

4.2. DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Las dificultades que plantean las matemáticas suelen aparecer como consecuencia de una mala o nula asimilación de los conceptos clave necesarios para el aprendizaje de algún aspecto matemático, que se va arrastrando e implicando otros conceptos posteriormente.

Hay que tener en cuenta que el alumnado de los primeros cursos de educación secundaria, debido a su edad, nivel de desarrollo y demás circunstancias que llevan asociadas, tiene carencias en ciertas habilidades, competencias y conocimientos. Algunas de estas carencias, que se presentan de forma habitual, son dificultades en la correcta estructuración de lo que observan, o en la construcción de un correcto lenguaje matemático (Román Andújar, 2018).

Generalmente, los contenidos que más problemas presentan a los alumnos son los relacionados con aritmética, álgebra y geometría (Román Andújar, 2018).

En aritmética, algo tan aparentemente sencillo como los números enteros puede suponer un gran obstáculo cuando no se manejan con soltura los números negativos. Esta carencia resulta fatal cuando se traslada a ejercicios aditivos, en los que se van añadiendo estados y variaciones que hacen sumar y restar cantidades, en los casos que impliquen números negativos (Bruno & García, 2004).

En álgebra, la principal dificultad aparece con el concepto de incógnita, ya que a muchos les cuesta asociar la utilización de letras como representación de números que no se conocen (Bruno & García, 2004).

En geometría, la posibilidad de representar con figuras reales puede facilitar su comprensión respecto de otros contenidos cuyos conceptos son más abstractos y no tienen una forma sencilla de representarse. Sin embargo, en lugar de poderse aprovechar esta característica como una ventaja, habitualmente se presenta la geometría como un conjunto de definiciones, fórmulas y teoremas descontextualizadas y sin conexión aparente con la realidad, cuando podrían desarrollarse representaciones reales en el plano o en el espacio para suplir la falta de visión espacial del alumnado (Gamboa Araya & Ballestero Alfaro, 2010).

Existen otras muchas dificultades que también afectan al proceso de enseñanza-aprendizaje, y tantas combinaciones entre ellas como alumnos haya en el aula. Se han

destacado las anteriores por ser algunas de las más representativas y habituales, y porque la mayoría de dificultades que aparecen en estos niveles guardan relación con ellas.

Por otro lado, la acumulación de dificultades que se produce habitualmente en esta materia, hace pensar que quizá no sea todo culpa de los conceptos y contenidos propios de la misma, sino que la dificultad de aprendizaje puede deberse en mayor medida a las estrategias y metodologías didácticas utilizadas (Román Andújar, 2018).

Otro factor que se añade a todo lo anterior, es la no personalización ni adaptación de la enseñanza. Si los profesores no están preparados o no se implican como se espera, no se preocupan de averiguar el nivel de los alumnos, y por lo tanto no se pueden diseñar las actividades partiendo de ese nivel y no se produce un aprendizaje significativo.

4.3. MODELOS DIDÁCTICOS

Para la revisión de los principales modelos didácticos que se utilizan habitualmente se va a utilizar la clasificación de Jean Pierre Astolfi de 1997 (Langa, 2022).

4.3.1. Modelo de transmisión-recepción

Es el modelo más clásico, en el que el protagonista es el profesor y los alumnos no participan de forma activa, sino que se sitúan en una posición pasiva en la que reciben información y la memorizan. El concepto en el que se fundamenta es que el alumno es un recipiente vacío de conocimientos, y es el docente quien debe llenarlo con los suyos.

La enseñanza se apoya casi de manera exclusiva en el libro de texto y en los conocimientos del docente, y las actividades más habituales durante las sesiones son de repetición, memorización y resolución de problemas de manera sistemática, en los que se ha explicado previamente la estrategia a seguir.

Este modelo tiene un enfoque superficial. Los alumnos habitualmente memorizan los conocimientos y procedimientos con el objetivo de aprobar, y difícilmente llegan a interiorizar los conceptos fundamentales de la materia. (Langa, 2022)

4.3.2. Modelo constructivista

El alumno es el protagonista y el principal responsable del proceso. Para construir su aprendizaje se parte de los conocimientos previos y de cierta autonomía del alumno, ampliando sus conocimientos y modificando aquellos que no son correctos.

El docente va guiando durante el proceso, y debe ser conocedor del nivel inicial del alumno para poder ayudarle a construir de forma adecuada lo que le falta. Se suelen ir planteando preguntas cuyas respuestas permiten que se vaya avanzando, y se fomenta la reflexión posterior.

En este modelo se llevan a cabo actividades manipulativas, se trabajan los temas de forma autónoma, y se realizan tutorías participativas en la que todos están al mismo nivel.

Se puede decir que tiene un enfoque profundo porque el alumno desempeña un rol activo, siendo él en primera persona quien trabaja, quien descubre lo correcto y quien comete errores, los cuales interioriza para poder aplicar lo aprendido en otros contextos y en situaciones futuras (Langa, 2022).

4.3.3. Modelo por descubrimiento

Este modelo se centra en la participación activa del alumno, ya que lo sitúa como protagonista del proceso de aprendizaje y responsable del mismo. En este caso se dejan en un segundo plano los conocimientos previos y el currículo.

Partiendo de unos datos básicos facilitados por el docente, el alumno investiga y experimenta en primera persona, de forma que va adquiriendo competencias, habilidades, y los conocimientos vinculados a éstas.

El docente tiene la función de orientar durante el proceso, pudiendo proporcionar algunas pistas, pero con un nivel de implicación y de influencia mucho menor que en los modelos anteriores. No se les proporcionan a los alumnos los conocimientos básicos necesarios para empezar, sino que tienen que buscar en las fuentes de información por su cuenta, con total libertad y sin indicaciones.

El motor de este método es la curiosidad del alumnado, ya que mediante la investigación que realice irá definiendo los recursos y materiales que se requieren para cada actividad. En este caso, como ya se ha comentado, las actividades más comunes son las investigaciones y los alumnos cuentan con total libertad para elegir las estrategias y recursos más adecuados. Otro rasgo característico de este método son las exposiciones orales de los alumnos para explicar la estrategia que han utilizado, ya que, al no haber un guion ni unas bases establecidas, puede llegar a ser muy distinta a la de sus compañeros.

El enfoque es de tipo profundo, ya que son los alumnos los que toman las decisiones y ejecutan las acciones según su propio criterio, lo que genera un gran interés por la materia y sus contenidos, aumentando la interiorización de contenidos y la adquisición de conocimientos (Langa, 2022).

4.3.4. Actividades prácticas en función del modelo

Todos los modelos de enseñanza admiten la realización de actividades prácticas, pero no en todos los casos tienen la misma importancia ni se obtienen los mismos resultados.

En el modelo de transmisión-recepción las prácticas suelen ir orientadas a confirmar los planteamientos teóricos vistos previamente, y normalmente su desarrollo consiste en que los alumnos apliquen una secuencia de pasos que se les entrega, como una especie de receta. Además, estas actividades suelen estar descontextualizadas, por lo que el alumnado no es consciente del significado u objetivo de las mismas, ni de su aplicación y conexión con la realidad (Langa, 2022).

El modelo constructivista tiene al profesor como guía para facilitar el proceso de aprendizaje, por lo que es éste el encargado de diseñar las actividades en base a las características del alumnado, para que puedan comprenderlas y llevarlas a cabo de forma relativamente autónoma. En este caso la parte práctica acompaña y refuerza los conocimientos, y el profesor contextualiza la actividad y destaca sus aplicaciones y los aprendizajes que de ella se obtienen (Langa, 2022).

En el modelo por descubrimiento se diseña la actividad directamente en base a los aprendizajes que los estudiantes van a ser capaces de obtener, partiendo desde el nivel que tienen. La parte práctica se realiza de forma autónoma y está totalmente contextualizada ocupando una posición que la sitúa por encima de la teoría, de modo que el mayor peso recae sobre las competencias y habilidades de los alumnos, y el procedimiento seguido para la realización de la actividad (Langa, 2022).

4.4. APLICACIÓN DE METODOLOGÍAS DE PARTICIPACIÓN ACTIVA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La diversidad es un rasgo característico de la sociedad en la que vivimos actualmente, lo cual se ve reflejado en cada grupo de alumnos. Es por esto que se deben adaptar los métodos de enseñanza a las características del alumnado, para así conseguir

un proceso de enseñanza-aprendizaje efectivo y bidireccional, además de unos resultados satisfactorios para todas las partes implicadas.

Cuando se habla de diversidad, ésta puede ser de muchos tipos: social, religiosa, étnica, cultural, lingüística, sexual, género, funcional, física, capacidades, aprendizaje, desarrollo, etc. Se debe adaptar la enseñanza, en mayor o menor medida, a todos los tipos de diversidad presentes en el alumnado, y sensibilizarse especialmente con aquellos que resulten desfavorecidos o estén en una posición de desventaja por uno u otro motivo (Tolón, 2022).

El caso de diversidad que se va a dar de forma más habitual entre los alumnos es que éstos tendrán desarrolladas en distinto grado sus competencias, habilidades, y cada uno de los tipos de inteligencia que tenemos los seres humanos, según la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Howard Gardner. Por este motivo, hay que diseñar desde distintos enfoques los instrumentos de evaluación, de participación, de práctica, o cualquier otra actividad, incluso la forma en la que se transmiten los contenidos a los alumnos (Llanas, 2022).

Sin embargo, lo más habitual es que los docentes empleen metodologías instructivas, que son las más utilizadas tradicionalmente, en las que se dejan de lado procesos importantes como la visualización y la argumentación, siendo que la mayoría de contenidos de la materia de matemáticas en los primeros cursos de la ESO ofrecen un gran número de alternativas para trabajarlas de una forma amena y que favorezca la comprensión y la asimilación de los conceptos (Román Andújar, 2018).

Las metodologías didácticas de participación activa se basan en la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, que estudia cómo los seres humanos construyen sus conocimientos gradualmente, en distintas etapas a lo largo de su vida (Llanas, 2022).

Estas metodologías están enfocadas hacia el estudiante como foco de su propio aprendizaje, y se desarrollan mediante procesos de enseñanza-aprendizaje activos, participativos, interactivos y constructivos (Thinkö, 2020). Además, tienen en cuenta las necesidades específicas y dificultades de aprendizaje de los alumnos, se centran en la motivación como elemento fundamental, evitan simplemente transmitir conocimientos y buscan crear un contexto de enseñanza en el que el alumno es protagonista de su propio aprendizaje. (Siguero & Hormiga, s. f.)

Como ya se ha comentado anteriormente en el apartado de justificación del presente proyecto, para tratar de atajar esta situación, propia de una educación desfasada con la realidad actual, la Ley Orgánica 3/2020 o LOMLOE, indica que las administraciones educativas deben impulsar una flexibilización de tiempos, espacios y áreas por parte de los centros educativos, y la promoción de alternativas metodológicas para alcanzar una mayor personalización de la enseñanza y una mejora del aprendizaje y de los resultados de todo el alumnado. En esta Ley se consideran los métodos pedagógicos o metodologías didácticas como un elemento curricular, que tendrá que ser debidamente programado, evaluado y actualizado (Jefatura del Estado, 2020).

4.5. UTILIDAD DE LOS MATERIALES MANIPULATIVOS PARA LA COMPRENSIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

Se entiende por materiales manipulativos aquellos materiales o recursos didácticos que permiten a los alumnos representar y transmitir información a través de acciones (Sánchez García, s. f.), y que representan conceptos matemáticos que posteriormente se convierten en conocimientos (Manipula y aprende, 2021). Pero no todo lo que se puede tocar, se puede considerar un material manipulativo.

De la misma forma que la Física, la Química o la Biología se entienden y se aprenden de manera más eficaz cuando se trabajan en un laboratorio, las Matemáticas se interpretan mejor cuando se tocan, se ven, se mueven, cuando se puede comprobar que realmente se cumplen los conceptos que habitualmente solo se explican a nivel teórico. Esto se consigue manipulando, creando objetos matemáticos que nos permitan hacer y deshacer, que podamos tocarlos, moverlos y modificarlos (Siguero & Hormiga, s. f.).

En la materia de Matemáticas, la función de los materiales manipulativos es todavía más importante y necesaria, si cabe, que en otras materias científicas, ya que los conceptos matemáticos son abstractos. Poder disponer de representaciones reales de conceptos abstractos y trabajar manualmente con ellos, supone una ventaja para favorecer la comprensión de los mismos.

A partir de la manipulación de diversos materiales, los alumnos aprenden conceptos matemáticos de manera autónoma y flexible, mediante la recreación de conceptos matemáticos o de situaciones de la vida cotidiana (Siguero & Hormiga, s. f.).

Los materiales manipulativos permiten a los alumnos comprender los conceptos clave, experimentar y afianzar las bases, pues es en estos niveles básicos de 1º y 2º de ESO donde comienzan a aparecer los problemas que luego se arrastran durante toda la etapa (Román Andújar, 2018).

4.6. MARCO LEGISLATIVO

Se incluye en este apartado el listado de normativa aplicable a la ESO, según aparece en la web Educaragon del Departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón (Departamento de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de Aragón, 2022).

4.6.1. Legislación Estatal

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.
- Real Decreto 984/2021, de 16 de noviembre, por el que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Real Decreto-ley 5/2016, de 9 de diciembre, de medidas urgentes para la ampliación del calendario de implantación de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.
- Real Decreto 562/2017, de 2 de junio, por el que se regulan las condiciones para la obtención de los títulos de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria y de Bachiller, de acuerdo con lo dispuesto en el Real Decreto-ley 5/2016, de 9 de diciembre, de medidas urgentes para la ampliación del calendario de implantación de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.

4.6.2. Legislación de la Comunidad Autónoma de Aragón

- Orden ECD/794/2020, de 27 de agosto, por la que se dictan las instrucciones sobre el marco general de actuación, en el escenario 2, para el inicio y desarrollo del curso 2020/2021 en la Comunidad Autónoma de Aragón.
- Orden ECD/930/2020, de 29 de septiembre, por la que se modifica la Orden ECD/794/2020, de 27 de agosto, por la que se dictan instrucciones sobre el marco

general de actuación, en el escenario 2, para el inicio y desarrollo del curso 2020/2021 en la Comunidad Autónoma de Aragón.

4.6.2.1. Currículo

- Orden ECD/489/2016, de 26 de mayo, por la que se aprueba el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón.
- Corrección de errores de la Orden ECD/489/2016, de 26 de mayo, por la que se aprueba el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón.
- Resolución de 16 de junio de 2017, del Director General de Planificación y Formación Profesional, por la que se dispone la organización de 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria en la opción de enseñanzas aplicadas para garantizar el tránsito del alumnado que finalice el Programa de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento y su aplicación en los centros docentes públicos de Educación Secundaria de la Comunidad Autónoma de Aragón a partir del curso 2017-2018.
- Resolución de 24 de junio de 2016, del Director General de Innovación, Equidad y Participación, por la que se establecen las condiciones de autorización y de organización del Programa de Aprendizaje Inclusivo en el primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria.
- Resolución de 27 de junio de 2016, de la Dirección General de Planificación y Formación Profesional, por la que se dispone la organización de los Programas de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento para su aplicación en los centros de Educación Secundaria de la Comunidad Autónoma de Aragón.
- Instrucciones del 24 de mayo de 2018 del Director General de Planificación y Formación Profesional para el acceso a los programas de mejora y aprendizaje y del rendimiento a partir del curso 2017-2018.

4.6.2.2. Evaluación

- Orden ECD/624/2018, de 11 de abril, sobre la evaluación en Educación Secundaria Obligatoria en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón.
- Instrucciones de 15 de mayo de 2018, del Director General de Planificación y Formación Profesional, sobre la obtención del título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Aragón.

4.6.3. Organización y funcionamiento I.E.S.

- Orden de 18 de mayo de 2015, Instrucciones organización y funcionamiento de los Institutos de Educación Secundaria.
- Texto refundido de las Instrucciones que regulan la organización y funcionamiento de los Institutos de Educación Secundaria de la Comunidad Autónoma de Aragón. (para consulta, sin valor jurídico).
- ORDEN ECD/779/2016 de 11 de julio, por la que se modifica el anexo de la Orden de 18 de mayo de 2015, de la Consejera de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueban las Instrucciones que regulan la organización y el funcionamiento de los Institutos de Educación Secundaria de la Comunidad Autónoma de Aragón.

5. PROYECTO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA

5.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROYECTO

El trabajo que se desarrolla en el presente documento consiste en un proyecto de innovación educativa en el ámbito de los primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria, diseñado específicamente para la asignatura de Matemáticas de 1º y 2º de ESO, aunque se plantea su posible proyección a cursos superiores o a otras materias de este mismo nivel educativo.

Mediante la aplicación de metodologías didácticas de participación activa y la utilización de materiales didácticos manipulativos en las distintas fases del proyecto, se pretende conseguir una mejora en el nivel de asimilación de los conceptos básicos de la materia de Matemáticas por parte de los alumnos, así como de los resultados que estos obtengan.

El desarrollo del proyecto consta de cuatro fases, en las que se van aplicando diversas metodologías educativas, en función del carácter que se le quiere dar a cada una de ellas y de los objetivos que se pretenden conseguir. En la primera fase se busca sentar las bases teóricas necesarias de cada unidad didáctica, en la segunda interiorizar los conceptos fundamentales relacionados con la misma, en la tercera consolidar todo lo anterior trabajando de forma autónoma, y en la cuarta evaluar y mejorar el proyecto en base a los resultados y sensaciones de los alumnos.

Se realiza un recorrido por los diferentes instrumentos de evaluación, calificación y participación que componen el proyecto, ya que cada fase tiene los suyos propios que se han diseñado de forma específica, pero se centra el foco del trabajo en las actividades con materiales manipulativos que se desarrollan dentro de la segunda fase, así como en su distribución a lo largo de las unidades didácticas que se han diseñado para la temporalización del proyecto en ambos cursos.

En este trabajo se pretende crear un sistema completo para la enseñanza con metodologías innovadoras, que esté en continua mejora a partir de los propios resultados que se obtienen de su aplicación.

5.2. DIAGNÓSTICO / VIABILIDAD DEL PROYECTO

La fase de diagnóstico se afronta con el objetivo de argumentar la viabilidad y necesidad de la aplicación de un proyecto basado en metodologías alternativas e innovadoras, para tratar de mejorar los resultados y reducir las dificultades que existen en el aprendizaje de los conceptos matemáticos básicos.

5.2.1. Investigación y herramientas

Inicialmente se valoró la posibilidad de realizar encuestas o entrevistas a docentes u otros expertos del mundo de la educación, sobre la necesidad y utilidad de la utilización de metodologías de participación activa y el empleo de materiales didácticos manipulativos para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Matemáticas. Sin embargo, posteriormente se descartó esta alternativa por su poca relevancia frente a la gran cantidad de estudios, informes, normativa, legislación y otra documentación existente sobre este tema, dado que todos ellos ya están basados o han sido creados a partir de experiencias reales existentes dentro del sistema educativo.

Además, la falta de acceso a un número representativo de miembros de la comunidad educativa para la realización de estas consultas, hubiera hecho que los resultados de las consultas realizadas durante esta fase fuesen poco significativos frente a las evidencias

extraídas de la revisión bibliográfica llevada a cabo. No obstante, a lo largo de este trabajo sí que reflejan de forma implícita las experiencias vividas y los puntos de vista de docentes y otros miembros de la comunidad educativa con los que he podido compartir sesiones y vivencias, ya que este proyecto se ha visto enriquecido enormemente con las conversaciones en el centro educativo durante las prácticas, además de con mi propia acción y observación directa de la realidad en las aulas. En cualquier caso, la forma de reflejar estas opiniones y experiencias será de forma que no sea posible identificar a ningún individuo allí presente.

Por todo lo expuesto, la fase de investigación del proyecto se fundamenta en la herramienta de revisión bibliográfica y se apoya en experiencias reales existentes en el ámbito de aplicación del proyecto de innovación educativa que se propone.

5.2.2. Conclusiones obtenidas a partir de la investigación

Tras la revisión de documentación llevada a cabo durante la fase de diagnóstico, se puede establecer la relación de que la realidad actual de la educación y los resultados académicos de los alumnos pueden estar condicionados, al menos en parte, por la forma en la que se imparten los contenidos dentro del sistema educativo actual, y por la falta de adaptación a las habilidades y capacidades de cada alumno.

En base a lo que se puede extraer de experiencias anteriores similares a la que se propone y a otras vividas personalmente, esta situación podría mejorar significativamente con la utilización de metodologías didácticas y actividades que aborden los contenidos desde nuevos enfoques más participativos, activos, prácticos y visuales, que se amolden al desarrollo de cada alumno, que sean un soplo de aire fresco dentro del sistema educativo, y que puedan mejorar la comprensión, el aprendizaje y los resultados académicos de los alumnos.

La gran cantidad de argumentos que se extraen de la documentación revisada, así como la indicación expresa de la legislación vigente en materia de educación de incorporar y aplicar las innovaciones educativas que se plantean a lo largo de este proyecto, se consideran suficiente argumento como para basar en ellos la justificación de la necesidad de la realización de un proyecto de innovación sobre el tema que se propone. Además, la existencia de numerosos ejemplos de experiencias similares que consiguen los objetivos propuestos y que se mantienen en el tiempo contando con el beneplácito del alumnado, hacer prever que el proyecto que se plantea es viable.

5.3. OBJETIVOS CONCRETOS DEL PROYECTO

Para alcanzar el objetivo general del proyecto descrito anteriormente de forma estructurada y ordenada, éste se debe desgranar en otros objetivos más sencillos, más fácilmente alcanzables, y cuya medición y seguimiento del grado de consecución sea factible en su aplicación real.

Se plantean tres objetivos concretos para el proyecto:

El primer objetivo que se plantea es el diseño de una secuenciación a lo largo de las unidades didácticas propuestas de actividades acordes a las metodologías propuestas, que estén relacionadas con los contenidos y criterios del currículo, de forma que puedan integrarse en el desarrollo de cada uno de los cursos. Esta propuesta debe ser realista y lo más detallada posible, tanto en su preparación como en las indicaciones para su ejecución, además de ser directamente aplicable para que sirva como una especie de guía y manual de apoyo para el docente en el desempeño de su labor en el día a día.

El segundo objetivo es la puesta en práctica del proyecto en la realidad del aula, para poder ir registrando evidencias y aplicando el sistema de evaluación y mejora continua que se ha diseñado, con el que poder medir y realizar modificaciones durante el proceso en base a la retroalimentación que se obtiene a partir de los instrumentos que se proponen para este fin. Los objetivos derivados de este objetivo, es decir, de la aplicación del proyecto, son los que harán las veces de indicadores para comprobar la efectividad del método aplicado. Son los siguientes:

- Que los alumnos tengan un mayor interés por la asignatura de matemáticas y se reduzcan los periodos de falta de atención durante las sesiones de clase.
- Que interioricen mejor los contenidos, desarrollen todas las competencias clave, y se produzca una comprensión de los conceptos fundamentales de una manera más visual y lógica.
- Que se sientan mejor en clase, más integrados, y como consecuencia desarrollen una participación activa durante las sesiones, unas mejores relaciones con sus compañeros, y una mejora de su autoestima.
- Que esta adaptación metodológica que se aplica se refleje en una reducción de las adaptaciones curriculares de los alumnos con capacidades especiales o trastornos de algún tipo, porque les permita una mejor comprensión de los conceptos.
- Que todo lo anterior se traduzca en una reducción de los problemas que suele presentar para los alumnos la asignatura de matemáticas, y en una mejora de sus resultados en los distintos instrumentos de evaluación y calificación.

El tercer objetivo es conseguir un método preciso y refinado a partir del bucle de la retroalimentación y la mejora continua, que se establezca como referencia para el comienzo de la implantación de un cambio profundo del sistema educativo en general, y de la enseñanza de matemáticas en los primeros cursos de la ESO en particular.

5.4. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROYECTO

5.4.1. Características del centro educativo

El centro para el que se propone el proyecto es una escuela religiosa de carácter privado concertado de la ciudad de Zaragoza, dentro de la Comunidad Autónoma de Aragón.

Este centro educativo abarca los niveles de Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Básica y Ciclos Formativos de Grado Medio y Superior. En el nivel de Educación Secundaria Obligatoria, que es en el que se centra el proyecto que se propone, cuenta con dos vías en cada curso.

El nivel sociocultural del barrio en el que se encuentra este centro es medio, con una población muy heterogénea y cuya población inmigrante se incrementa año a año más que en ningún otro barrio de la ciudad.

El colegio dispone de gran cantidad de recursos para llevar a cabo distintas actividades didácticas, y tiene disposición de adquirir aquellos materiales de que pudieran ser necesarios. Además, la estructura del propio colegio está diseñada para que no genere exclusión, de manera que nadie cuente con menos oportunidades que el resto de sus compañeros por el hecho de no tener dinero, asegurando que ningún alumno se quedará sin participar en ciertas actividades que pudieran requerir de medios propios de cierto importe por parte de los alumnos.

5.4.2. Características del equipo docente implicado

El equipo docente implicado directamente en el proyecto está formado por un profesor y una profesora, ambos de mediana edad. Ella es matemática y él es ingeniero civil.

Ambos son los encargados de que el proyecto se lleve a cabo y salga adelante. Estos docentes deben hacer de guía y acompañar a los alumnos, pero también se las tienen que ingeniar para superar las adversidades que van surgiendo, como es lógico cuando tratas de cambiar un sistema que lleva funcionando del mismo modo durante tanto tiempo.

Por lo tanto, la principal cualidad con la que deberán contar es la implicación. Si los que tienen que tirar del carro no están implicados al 100%, ante cualquier problema o dificultad que surja cogerán el camino fácil y volverán al método tradicional establecido.

Además de eso, la formación y preparación de los profesores implicados en este modelo de enseñanza es fundamental para que sepan establecer los objetivos que se pretenden conseguir y los pasos a seguir para alcanzarlos.

5.4.3. Características específicas de los estudiantes

Este proyecto está orientado a los alumnos de los primeros cursos de educación secundaria, centrándose concretamente en los cursos 1º y 2º de ESO.

La mayoría de los alumnos de estos cursos cuenta con un nivel de desarrollo de competencias y habilidades acorde a su edad y a su nivel de formación. La utilización de metodologías de participación activa les ayudará a comprender e interiorizar los conceptos básicos matemáticos desde el principio, y sentar unas bases que les permitan seguir construyendo sobre ellas en cursos superiores.

Respecto a aquellos alumnos con capacidades especiales o trastornos de algún tipo, estén o no diagnosticados como ACNEAE (Alumno Con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo), el centro cuenta con los recursos necesarios para atender estas necesidades y habitualmente estos alumnos no forman parte del grupo durante las sesiones de esta asignatura en el curso de 2º de ESO, ya que se desdoblan en el grupo de PMAR (Programa de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento). A pesar de ello, se pretende que al aplicar las adaptaciones metodológicas que se plantean en este proyecto, se minimicen las adaptaciones curriculares en este tipo de alumnos. Es decir, que con la utilización de estos métodos basados en la participación e implicación del alumno en primera persona, y, sobre todo, la manipulación de todos los elementos, que les permite trabajar de manera individualizada y adaptada a sus capacidades, se espera que estos alumnos sean capaces de interiorizar los conceptos básicos y así evitar o reducir la eliminación de contenidos de la materia que se produce con las adaptaciones curriculares.

Por otro lado, la gran cantidad de población inmigrante existente en el barrio donde se encuentra ubicado el centro educativo no se traduce en las aulas, ya que la representación de alumnado inmigrante no es muy elevada. En cualquier caso, los alumnos que son de origen extranjero ya han nacido o llevan muchos años en España, por lo que el idioma no supone una barrera para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, aunque sí que existen diferencias culturales en algunos casos debido a esta diversidad.

Sí que se presentan desigualdades entre los recursos con los que cuentan unos y otros alumnos, cosa que afectaría de alguna manera a la hora de planificar ciertas actividades. Sin embargo, la mayoría de estas carencias son compensados con becas y ayudas, y con la implicación del propio centro educativo a través de sus programas.

5.5. METODOLOGÍAS A UTILIZAR EN LA PUESTA EN MARCHA DEL PROYECTO

En los primeros cursos de la ESO, por lo general, los alumnos no tienen bien asentadas las bases conceptuales de los conocimientos necesarios, por lo que no es aconsejable ir a modelos didácticos extremos, al menos no desde el principio. En estos casos, es recomendable adoptar una perspectiva consistente en una mezcla entre el modelo de transmisión-recepción, el modelo constructivista y el modelo por descubrimiento, asignando un mayor peso al constructivista. La mezcla de modelos tiende más a constructivista con transmisión-recepción o a constructivista con por descubrimiento, en función principalmente del tipo de alumnado y de la base previa de conocimientos que tengan, sobre la que se construirán los nuevos aprendizajes. En función del nivel que exista en cada caso y de lo que se pretenda conseguir en cada situación, se considerará adecuado un mayor o menor nivel de tutela por parte del docente, y por tanto serán más indicados unos u otros modelos didácticos.

Sin embargo, al tratarse de los cursos iniciales de educación secundaria, la ausencia de conocimientos previos relacionados con muchos de los contenidos, hace que el modelo adecuado para comenzar sea constructivista con transmisión-recepción, tendiendo a lo instructivo, debido a que serán necesarias explicaciones de los conocimientos teóricos fundamentales, previamente a la realización de las actividades. Conforme se avance en la materia y se vea que los alumnos disponen de ciertos cimientos que les permiten ser más autónomos en este ámbito, se va reduciendo la parte explicativa para que el modelo sea más puramente constructivista y menos híbrido, e incluso comenzando a tender a un modelo constructivista combinado con un modelo por descubrimiento, pero en un nivel muy inicial, ya que este es más acorde al nivel de los cursos superiores.

Además del enfoque del método, la esencia del proyecto educativo que se propone en este trabajo es la aplicación de metodologías que implican la participación activa de los alumnos y el aprendizaje autónomo. En cada una de las fases del desarrollo del proyecto es más conveniente el empleo de unas u otras metodologías, según se adapten a los contenidos y competencias, y en función de los objetivos que se pretenda alcanzar. En la primera fase se aplican metodologías que permiten transmitir las bases teóricas de forma amena y atractiva para el alumno, en la segunda se plantean actividades con materiales manipulativos construidas sobre metodologías que ayudan al aprendizaje mediante la experimentación y el trabajo en grupo, en la tercera fase se aplican aquellas metodologías indicadas para desarrollar la autonomía y el descubrimiento, y en la cuarta fase se evalúa el proyecto para mejorarlo en base a las preferencias de los alumnos.

Las actividades, trabajos, proyectos y todos los instrumentos en general que se incluyen el del proyecto para que los realicen los alumnos, se han diseñado para que, además de trabajar los contenidos, se trabajen también de forma constante las principales competencias clave y tipos de inteligencias múltiples, tanto las que están más estrechamente relacionadas con la materia como las que no.

A continuación, se describen las principales metodologías didácticas que forman parte del proyecto y que se aplican en el desarrollo del mismo, acompañadas de comentarios sobre su desempeño y sobre la idoneidad de su utilización en cada caso:

5.5.1. Aula invertida o Flipped classroom

El rasgo característico de esta metodología didáctica es que el aprendizaje se produce fuera de la sesión de clase, o al menos el comienzo del mismo, habitualmente mediante recursos audiovisuales, recursos web o pequeños textos que propone el profesor y que los alumnos deben revisar en casa, sobre los que posteriormente se desarrollará alguna actividad en clase.

En este proyecto se utiliza como la base para la transmisión de conocimientos teóricos, dentro de la primera fase de desarrollo del mismo. Cumple la doble función de que se lleva a cabo de forma atractiva y amena la parte instructiva necesaria en estos niveles, y que al realizarse fuera del aula deja más tiempo lectivo libre para el desarrollo de otros tipos de dinámicas que sí que deben estar tuteladas, como actividades o resolución de problemas.

Los recursos que se proponen para ver en casa se dan en pequeñas píldoras para no perder la atención y el interés de los alumnos, y es simplemente la iniciación de algo que luego se trabaja en clase en profundidad.

5.5.2. Expositiva - Instructiva

Nos referimos a este tipo de metodología cuando el docente transmite información a los alumnos de forma organizada, la cual puede complementarse o no con actividades también organizadas, y secuencias que ayuden al alumnado a familiarizarse con los nuevos conceptos. El alumno ocupa una posición principalmente pasiva.

En realidad, dentro de este proyecto no se aplica de forma pura, sino que se utiliza como complemento de las clases de aula invertida para completar la primera fase de desarrollo del proyecto, ya que es necesario repasar con los alumnos los conceptos clave, aclarar las dudas que les hayan surgido tras el trabajo autónomo fuera del horario lectivo, e incluso fomentar el debate para conseguir una mayor participación.

Nos referimos a esta metodología como expositiva porque el profesor sí que dará algunas explicaciones de forma instructiva, pero se encuentra muy alejada de los que se entiende por este modelo tradicionalmente.

Tras la secuencia de aplicación de aula invertida más expositiva, los alumnos deben tener claros los conocimientos previos básicos necesarios para la siguiente fase, ya sea por nueva adquisición de los mismos, o por actualización de otros que pudiera tener desactualizados o erróneos, además de la contextualización de los aprendizajes en contextos reales en los que los contenidos de esa unidad resultan relevantes y significativos, para que sean conscientes de su utilidad y aplicaciones

5.5.3. Materiales manipulativos

No se trata de una metodología propiamente dicha, sino que son materiales que permiten a los alumnos interiorizar los conceptos matemáticos básicos a través de la acción, siendo un complemento adecuado y necesario para casi todas las metodologías didácticas. También permiten compensar las carencias que puedan tener los alumnos en algunos tipos de inteligencia, ya que pueden apoyarse en otros recursos.

La segunda fase del desarrollo del proyecto consiste en la realización de actividades con materiales didácticos manipulativos, que permiten a los alumnos trabajar las competencias y los contenidos utilizando el mayor número de sus sentidos. Estas actividades se diseñan como complemento de los contenidos y explicaciones teóricos, y como ayuda a la resolución de problemas.

5.5.4. Aprendizaje cooperativo

En esta metodología cada miembro del grupo tiene un rol diferente y tiene asignada una función concreta para que se trabaje de forma eficiente. El aprendizaje cooperativo no es lo mismo que trabajar en grupo, sino que este método está perfectamente estructurado. La característica más destacada del aprendizaje cooperativo es que si alguno de los integrantes del equipo no cumple su función, no se consigue el objetivo. No es como el trabajo en grupo, en el que el resto de compañeros pueden compensar lo que no hacen algunos.

Para el desarrollo de algunas actividades grupales de la segunda fase, se asignan roles dentro de cada uno de los equipos y cada alumno debe cumplir con su cometido para la consecución del objetivo.

Algo similar sucede en los trabajos y proyectos de la tercera fase del desarrollo del proyecto, ya que se deben asignar funciones y repartir las partes que lo forman entre los miembros.

5.5.5. Aprendizaje colaborativo

Este tipo de aprendizaje es similar al cooperativo en algunos aspectos, pero tiene el añadido de que cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como del de los restantes integrantes del grupo. Se desarrolla tanto la contribución individual y las habilidades personales, como la interdependencia y la interacción con el grupo.

Es aplicable en algunas dinámicas tanto de la segunda como de la tercera fase, pero es preferible que se implemente cuando los alumnos ya cuenten con cierta autonomía y nivel de adquisición de los conocimientos, para evitar que la tarea añadida de responsabilizarse de los demás, pudiera interferir en su propio aprendizaje.

5.5.6. Gamificación

La gamificación consiste en trasladar la mecánica de los juegos al ámbito educativo para mejorar habilidades, conocimientos, resultados, u otros objetivos, pero no se debe confundir con el hecho de jugar simplemente, ya que no es lo mismo. En la gamificación existe un plan y una estructuración de las dinámicas, encaminadas a conseguir objetivos educativos.

En la segunda fase del desarrollo del proyecto, algunas de las actividades con materiales manipulativos están planteadas como juegos, lo que genera entusiasmo y emoción por ganar, al mismo tiempo que se interiorizan los conceptos matemáticos.

En la tercera fase, en el camino hacia la consolidación de los conocimientos y destrezas, se plantean retos y desafíos en forma de resolución de problemas, trabajos o proyectos, algunos de ellos con misiones, bien sea de forma individual o grupal. Además, se llevan a cabo concursos de preguntas con premios para los que queden mejor clasificados, en los que se generan piques y rivalidades con otros compañeros que les incentivan, de forma similar a lo que ocurre con los juegos.

5.5.7. Aprendizaje basado en problemas, proyectos o retos (ABP o ABR)

Es una metodología didáctica encaminada a la resolución de problemas, proyectos o retos por parte de los alumnos, de forma relativamente autónoma. El profesor presenta un problema relacionado con la vida real, y se deja que los alumnos apliquen sus habilidades y conocimientos para buscar la forma de resolverlo y la información necesaria para ello, en contraposición al método habitual en el que se expone la información necesaria para posteriormente buscar su aplicación en la resolución.

Esta estrategia se aplica en la tercera fase, la de consolidación, pero no desde el primer momento. Al principio, el profesor tiene que ser algo más que un guía para que los alumnos vayan aprendiendo la forma de analizar el problema y los derroteros por los que pueden empezar a buscar soluciones, y cuando los alumnos ya tengan unos conocimientos de base y cierta experiencia en la resolución de problemas similares, se les empieza a dejar autonomía para resolver otros más avanzados. De este modo se plantea un reto en la resolución, y se evita que los problemas sean repetitivos y se reduzcan a introducir datos en fórmulas memorizadas.

5.6. DISEÑO DEL PROYECTO

Este apartado recoge todos los factores y condicionantes que se han tenido en cuenta para el diseño del proyecto, siendo éstos los contenidos y competencias clave, la distribución y temporalización de las unidades didácticas, y los recursos necesarios para el desarrollo del mismo.

5.6.1. Contenidos y materias relacionados

El proyecto de innovación educativa que se diseña en este trabajo se realiza específicamente para la materia de Matemáticas de 1º y 2º de ESO, por lo que los contenidos del mismo son los que indica el currículo que establece el Gobierno de Aragón para esta materia en cada uno de estos cursos.

Para la distribución de los contenidos curriculares específicos de la materia, correspondientes a los bloques 2, 3, 4 y 5, se elaboran diferentes unidades didácticas, que se diseñan tratando de agrupar dentro de cada una aquellos contenidos similares o que estén muy relacionados, para facilitar el aprendizaje y llevar a cabo la evaluación de los mismos con criterios comunes. La secuenciación de estas unidades didácticas se ha realizado de manera que sigan un orden lógico, abordando en primer lugar aquellas unidades cuyos contenidos sean la base para alguna de las otras unidades que se verán posteriormente, en los casos en los que se dé esta circunstancia.

Los contenidos del *Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*, son comunes a todas las unidades didácticas y se consideran el eje vertebrador de la materia, aunque bien es cierto que algunos de ellos se podrían vincular más con unas unidades que con otras, pero todos cuentan con un carácter genérico que engloba al conjunto de la materia. Los criterios de evaluación asociados al bloque 1 se pueden aplicar a todas las unidades didácticas, en la medida en la que tengan una mayor o menor vinculación.

En cuanto a las materias relacionadas, se considera que las matemáticas cuentan con una gran transversalidad ya que son un instrumento al servicio de otras materias y disciplinas, que facilitan su comprensión y comunicación, y que deben contribuir a la formación de los alumnos como ciudadanos conscientes y responsables, contribuyendo al pensamiento crítico, a la formación de sus propios criterios, y otros aspectos de la vida que no constituyen materias por sí mismos, sino que deben abordarse desde cada una de las disciplinas del currículo. La implementación de elementos transversales es el complemento idóneo de la formación personal del alumno.

Algunas de las principales categorías en las que se engloban estos contenidos transversales están relacionadas con la educación para el consumo, la salud, los derechos humanos y la paz, la igualdad entre sexos, el medioambiente o la convivencia.

A continuación, se muestran en detalle las unidades didácticas que se han diseñado para el desarrollo de este proyecto.

5.6.1.1. Unidades didácticas propuestas – Matemáticas 1º ESO

Tabla 1: Unidad didáctica 1. Curso 1º ESO

UD 1. Números naturales, enteros y decimales	
Contexto	9 Sesiones; 2'25 Semanas; 1ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Divisibilidad de los números naturales. Criterios de divisibilidad. - Números negativos. Significado y utilización en contextos reales. - Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones. Operaciones con calculadora. - Números decimales. Representación, ordenación y operaciones. - Jerarquía de las operaciones. - Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (CMCT) - Crit.MA.2.2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. (CMCT) - Crit.MA.2.3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental. (CMCT – CD) - Crit.MA.2.4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2: Unidad didáctica 2. Curso 1º ESO

UD 2: Potencias y raíces	
Contexto	12 Sesiones; 3 Semanas; 1ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Significados y propiedades de los números en contextos diferentes al del cálculo: números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc. - Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural. Operaciones. - Potencias de base 10. - Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas. Estimación y obtención de raíces aproximadas.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (CMCT) - Crit.MA.2.2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. (CMCT) - Crit.MA.2.3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental. (CMCT – CD) - Crit.MA.2.4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3: Unidad didáctica 3. Curso 1º ESO

UD 3: Divisibilidad, fracciones y proporcionalidad	
Contexto	14 Sesiones; 3'50 Semanas; 1ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Divisibilidad de los números naturales. Criterios de divisibilidad. - Números primos y compuestos. Descomposición de un número en factores primos. - Múltiplos y divisores comunes a varios números. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales. - Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones. - Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones. - Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales. - Razón y proporción. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad. - Resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa. - Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (CMCT) - Crit.MA.2.2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. (CMCT) - Crit.MA.2.3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental. (CMCT – CD) - Crit.MA.2.4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (CMCT) - Crit.MA.2.5. Utilizar diferentes estrategias (empleo de tablas, obtención y uso de la constante de proporcionalidad, reducción a la unidad, etc.) para obtener elementos desconocidos en un problema a partir de otros conocidos en situaciones de la vida real en las que existan variaciones porcentuales y magnitudes directa o inversamente proporcionales. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4: Unidad didáctica 4. Curso 1º ESO

UD 4: Sistema métrico decimal	
Contexto	10 Sesiones; 2'50 Semanas; 2ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones. Operaciones con calculadora. - Números decimales. Representación, ordenación y operaciones. - Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural. Operaciones. - Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (CMCT) - Crit.MA.2.4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5: Unidad didáctica 5. Curso 1º ESO

UD 5: Iniciación al álgebra	
Contexto	16 Sesiones; 4 Semanas; 2ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Iniciación al lenguaje algebraico. - Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa. - El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica. - Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. - Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Resolución. Interpretación de la solución. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.6. Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando los patrones y leyes generales que los rigen, utilizando el lenguaje algebraico para expresarlos, comunicarlos, y realizar predicciones sobre su comportamiento al modificar las variables, y operar con expresiones algebraicas. (CMCT) - Crit.MA.2.7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado, aplicando para su resolución métodos algebraicos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6: Unidad didáctica 6. Curso 1º ESO

UD 6: Representación de funciones	
Contexto	10 Sesiones; 2'50 Semanas; 2ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados. - El concepto de función: Variable dependiente e independiente. Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). - Funciones de proporcionalidad directa. Representación.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.4.1. Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas. (CMCT) - Crit.MA.4.2. Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto. (CMCT) - Crit.MA.4.3. Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales. (CMCT) - Crit.MA.4.4. Reconocer, representar y analizar las funciones de proporcionalidad directa, utilizándolas para resolver problemas. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7: Unidad didáctica 7. Curso 1º ESO

UD 7: Estadística y probabilidad	
Contexto	13 Sesiones; 3'25 Semanas; 3ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Población e individuo. Muestra. Variables estadísticas. - Variables cualitativas y cuantitativas. - Frecuencias absolutas y relativas. - Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. - Diagramas de barras, y de sectores. Polígonos de frecuencias. - Medidas de tendencia central. - Fenómenos deterministas y aleatorios. - Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. - Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos. - Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.5.1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos. (CMCT) - Crit.MA.5.2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente sobre la situación estudiada. (CMCT-CD) - Crit.MA.5.3. Diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios. (CMCT) - Crit.MA.5.4. Inducir la noción de probabilidad como medida de incertidumbre asociada a los fenómenos aleatorios. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8: Unidad didáctica 8. Curso 1º ESO

UD 8: Rectas y ángulos	
Contexto	6 Sesiones; 1'50 Semanas; 3ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: Paralelismo y perpendicularidad. - Ángulos y sus relaciones. - Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.3.1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9: Unidad didáctica 9. Curso 1º ESO

UD 9: Figuras geométricas planas. Perímetros y áreas	
Contexto	17 Sesiones; 4'25 Semanas; 3ª Evaluación; Curso 1º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. - Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones. - Medida y cálculo de ángulos de figuras planas. - Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. - Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares. - Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Aplicaciones directas. - Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.3.1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana. (CMCT) - Crit.MA.3.2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución. (CMCT – CD) - Crit.MA.3.3. Reconocer el significado aritmético del teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

5.6.1.2. Unidades didácticas propuestas – Matemáticas 2º ESO

Tabla 10: Unidad didáctica 1. Curso 2º ESO

UD 1. Números enteros y decimales	
Contexto	9 Sesiones; 2'25 Semanas; 1ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Divisibilidad de los números naturales. Criterios de divisibilidad. - Números negativos. Significado y utilización en contextos reales. - Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones. Operaciones con calculadora. - Números decimales. Representación, ordenación y operaciones. - Jerarquía de las operaciones. - Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (CMCT) - Crit.MA.2.2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. (CMCT) - Crit.MA.2.3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental. (CMCT – CD) - Crit.MA.2.4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11: Unidad didáctica 2. Curso 2º ESO

UD 2: Potencias y raíces	
Contexto	12 Sesiones; 3 Semanas; 1ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Significados y propiedades de los números en contextos diferentes al del cálculo: números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc. - Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural. Operaciones. - Potencias de base 10. - Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas. Estimación y obtención de raíces aproximadas.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (CMCT) - Crit.MA.2.2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. (CMCT) - Crit.MA.2.3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental. (CMCT – CD) - Crit.MA.2.4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Unidad didáctica 3. Curso 2º ESO

UD 3: Fracciones y proporcionalidad numérica	
Contexto	15 Sesiones; 3'75 Semanas; 1ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Números primos y compuestos. Descomposición de un número en factores primos. - Múltiplos y divisores comunes a varios números. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales. - Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones. - Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones. - Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales. - Razón y proporción. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad. - Resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales. - Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. (CMCT) - Crit.MA.2.2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. (CMCT) - Crit.MA.2.3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental. (CMCT – CD) - Crit.MA.2.4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. (CMCT) - Crit.MA.2.5. Utilizar diferentes estrategias (empleo de tablas, obtención y uso de la constante de proporcionalidad, reducción a la unidad, etc.) para obtener elementos desconocidos en un problema a partir de otros conocidos en situaciones de la vida real en las que existan variaciones porcentuales y magnitudes directa o inversamente proporcionales. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13: Unidad didáctica 4. Curso 2º ESO

UD 4: Expresiones algebraicas	
Contexto	14 Sesiones; 3'50 Semanas; 2ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Iniciación al lenguaje algebraico. - Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa. - El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica. - Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.6. Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando los patrones y leyes generales que los rigen, utilizando el lenguaje algebraico para expresarlos, comunicarlos, y realizar predicciones sobre su comportamiento al modificar las variables, y operar con expresiones algebraicas. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14: Unidad didáctica 5. Curso 2º ESO

UD 5: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones	
Contexto	14 Sesiones; 3'50 Semanas; 2ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas. - Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas. -
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.2.7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer, segundo grado y sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 15: Unidad didáctica 6. Curso 2º ESO

UD 6: Funciones	
Contexto	10 Sesiones; 2'50 Semanas; 2ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados. - El concepto de función: Variable dependiente e independiente. Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). Crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos relativos. Análisis y comparación de gráficas. - Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta. - Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.4.1. Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas. (CMCT) - Crit.MA.4.2. Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto. (CMCT) - Crit.MA.4.3. Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales. (CMCT) - Crit.MA.4.4. Reconocer, representar y analizar las funciones de proporcionalidad directa, utilizándolas para resolver problemas. (CMCT – CD)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 16: Unidad didáctica 7. Curso 2º ESO

UD 7: Estadística y probabilidad	
Contexto	12 Sesiones; 3 Semanas; 3ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Población e individuo. Muestra. Variables estadísticas. - Variables cualitativas y cuantitativas. - Frecuencias absolutas y relativas. - Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. - Diagramas de barras, y de sectores. Polígonos de frecuencias. - Medidas de tendencia central. - Medidas de dispersión. - Fenómenos deterministas y aleatorios. - Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación. - Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación. - Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. - Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos. - Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.5.1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos. (CMCT) - Crit.MA.5.2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente sobre la situación estudiada. (CMCT – CD) - Crit.MA.5.3 Diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios, valorando la posibilidad que ofrecen las matemáticas para analizar y hacer predicciones razonables acerca del comportamiento de los aleatorios a partir de las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces la experiencia aleatoria, o el cálculo de su probabilidad. (CMCT) - Crit.MA.5.4 Inducir la noción de probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa y como medida de incertidumbre asociada a los fenómenos aleatorios, sea o no posible la experimentación. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 17: Unidad didáctica 8. Curso 2º ESO

UD 8: Figuras geométricas planas y espaciales. Áreas y volúmenes	
Contexto	16 Sesiones; 4 Semanas; 3ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: Paralelismo y perpendicularidad. - Ángulos y sus relaciones. - Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades. - Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. - Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones. - Medida y cálculo de ángulos de figuras planas. - Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. - Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares. - Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones. - Poliedros y cuerpos de revolución. Elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes. - Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros. Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico. - Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.3.1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana. (CMCT) - Crit.MA.3.2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución. (CMCT – CD) - Crit.MA.3.3. Reconocer el significado aritmético del teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos. (CMCT) - Crit.MA.3.5. Analizar distintos cuerpos geométricos (cubos, ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas) e identificar sus elementos característicos (vértices, aristas, caras, desarrollos planos, secciones al cortar con planos, cuerpos obtenidos mediante secciones, simetrías, etc.). (CMCT – CD) - Crit.MA.3.6. Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

Tabla 18: Unidad didáctica 9. Curso 2º ESO

UD 9: Proporcionalidad geométrica	
Contexto	5 Sesiones; 1'25 Semanas; 3ª Evaluación; Curso 2º ESO
Contenidos curriculares específicos	- Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. Razón de semejanza y escala. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
Criterios de evaluación curriculares	- Crit.MA.3.4. Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. (CMCT)

Fuente: Elaboración propia

5.6.1.3. Temporalización del curso académico

La distribución temporal a lo largo del curso académico de las distintas unidades didácticas propuestas en el presente proyecto, se realiza en base a unos sencillos cálculos y a estimaciones de las sesiones que realmente serán efectivas, basándose en la planificación y en experiencias docentes contrastadas.

Esta temporalización consiste en indicar el número de sesiones de clase que se asignan a cada unidad didáctica y en ubicar cada una de ellas en la evaluación correspondiente, dentro de las que hay a lo largo del curso. Aunque estos datos ya se han incluido en la tabla descriptiva de cada una de las unidades didácticas, junto con los contenidos y criterios, es en este apartado donde se lleva a cabo esta estimación.

Por lo tanto, en primer lugar se deben calcular las sesiones efectivas con las que se puede contar a lo largo del curso. Para ello, a partir del calendario escolar, se cuentan los días de clase y se quitan los que no son operativos, como por ejemplo los que se vayan a destinar a la realización de ciertas actividades, excursiones, charlas, debates, laboratorios, fiestas en el centro, etc, los días previos a Navidad, a Semana Santa, o los últimos días de curso en junio, que se dedican a exámenes finales, exámenes de recuperación, juntas de evaluación, etc. Además, por cada prueba escrita que tengamos programada también se deben descontar entre dos y tres sesiones, ya que se dedica la sesión anterior a resolver las dudas que plantean los alumnos, luego una sesión para el examen, y la sesión posterior a la corrección del examen en clase y la puesta en común.

Durante un curso académico se estima que se puede contar con un total de 161 días lectivos operativos (no confundir con días lectivos), resultando unas 32 semanas de clase efectiva (161 días / 5 días a la semana = 32'2 semanas).

La asignatura de Matemáticas de los cursos de 1º y 2º de ESO tiene asignadas 4 sesiones semanales, por lo que se dispone de 128 sesiones (32 semanas * 4 sesiones a la semana = 128 sesiones). De estas sesiones se descuenta que habrá al menos 2 pruebas escritas por evaluación, ocupando cada prueba 3 sesiones entre dudas y corrección, son 18 sesiones menos, que pueden llegar a ser 21 sesiones por posibles imprevistos, excursiones, actividades culturales, etc. Por lo tanto, quedan 107 sesiones reales disponibles.

Los contenidos de cada uno de estos cursos se han distribuido en 9 unidades didácticas, por lo que le corresponde de media algo menos de 12 sesiones, es decir, 3 semanas de clase real, a cada unidad didáctica. Sin embargo, dada la desigual distribución de la cantidad y relevancia de los contenidos entre las distintas unidades didácticas, la distribución de sesiones se realizará de la manera que se expone en el siguiente apartado.

Temporalización de unidades didácticas 1º ESO

Tabla 19: Temporalización de unidades didácticas de 1º ESO

UNIDAD DIDÁCTICA	SESIONES
UD 1. Números naturales, enteros y decimales	9
UD 2. Potencias y raíces	12
UD 3. Divisibilidad, fracciones y proporcionalidad	14
UD 4. Sistema métrico decimal	10
UD 5. Iniciación al álgebra	16
UD 6. Representación de funciones	10
UD 7. Estadística y probabilidad	13
UD 8. Rectas y ángulos	6
UD 9. Figuras geométricas planas. Perímetros y áreas	17

Fuente: Elaboración propia

Se distribuyen las 107 sesiones efectivas que se estima que se tendrán a disposición, entre las 9 unidades didácticas que se proponen para este curso.

La distribución de las unidades didácticas a lo largo del curso es la siguiente:

- 1ª Evaluación: UD 1, UD 2, UD 3.
- 2ª Evaluación: UD 4, UD 5, UD 6.
- 3ª Evaluación: UD 7, UD 8, UD 9.

Temporalización de unidades didácticas 2º ESO

Tabla 20: Temporalización de unidades didácticas de 2º ESO

UNIDAD DIDÁCTICA	SESIONES
UD 1. Números enteros y decimales	9
UD 2. Potencias y raíces	12
UD 3. Fracciones y proporcionalidad numérica	15
UD 4. Expresiones algebraicas	14
UD 5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones	14
UD 6. Funciones	10
UD 7. Estadística y probabilidad	12
UD 8. Figuras geométricas planas y espaciales. Áreas y volúmenes	16
UD 9. Proporcionalidad geométrica	5

Fuente: Elaboración propia

Se distribuyen las 107 sesiones efectivas que se estima que se tendrán a disposición, entre las 9 unidades didácticas que se proponen para este curso.

La distribución de las unidades didácticas a lo largo del curso es la siguiente:

- 1ª Evaluación: UD 1, UD 2, UD 3.
- 2ª Evaluación: UD 4, UD 5, UD 6.
- 3ª Evaluación: UD 7, UD 8, UD 9.

5.6.2. Competencias clave a desarrollar

Se entiende por competencia la capacidad de poner en práctica los conocimientos adquiridos, de forma integrada junto con habilidades, aptitudes, actitudes y rasgos de la personalidad, para enfrentarse a situaciones de realización personal, inclusión social o vida laboral, de forma eficaz y exitosa. Las competencias van más allá del "saber" o del "saber hacer", ya que incluyen el "saber ser" y el "saber estar", son un aspecto global de todas las materias que conecta con la vida cotidiana, y por ello forman parte del currículo. (Departamento de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de Aragón, 2016)

Las materias no se deben entender como entes aislados en los que solamente se trabajan y desarrollan las competencias que están íntimamente ligadas a la misma, sino que se tienen que abordar con una visión de conjunto, tratando de implicar el mayor número de competencias que sea posible, fomentando la transversalidad con otras materias y aspectos del entorno del alumno.

En el caso concreto de este proyecto, el pensamiento matemático contribuye en gran medida a la formación intelectual del alumnado y ayuda a la adquisición del resto de competencias, debido a que se trabaja el pensamiento crítico, la creatividad, la resolución de problemas, la toma de decisiones, o la iniciativa personal, entre otras. (Departamento de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de Aragón, 2016)

A continuación, se revisa de forma individual cada una de las competencias clave, indicando los aspectos más importantes que aporta la materia de Matemáticas a cada una de ellas y la forma en la que se van a trabajar y desarrollar.

5.6.2.1. CCL - Competencia en Comunicación Lingüística

El lenguaje matemático propio de esta materia amplía las posibilidades de comunicación del alumno, ya que hace que éste incorpore a su lenguaje nuevos términos y formas de expresión que le permiten transmitir sus ideas con mayor precisión.

Además, la práctica de forma habitual con textos de contenidos teóricos, enunciados de problemas, redacción de trabajos y proyectos, o realización de pruebas escritas, se produce una mejora de la comprensión lectora y de la capacidad para expresar ideas y resultados de forma rigurosa.

5.6.2.2. CMCT - Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología

La competencia matemática es, con diferencia, la competencia a la que más aporta esta materia, ya que consiste en resolver problemas de la vida cotidiana mediante el empleo de razonamientos lógico-matemáticos, y ser conocedor de aquellos que no se pueden resolver.

Mediante los conocimientos, habilidades y herramientas que el alumno va adquiriendo, es capaz de identificar las situaciones en las que son aplicables y describir los fenómenos matemáticos que tienen lugar.

5.6.2.3. CD – Competencia Digital

El empleo por parte de los alumnos de recursos tecnológicos para el aprendizaje de la materia en la realización de tareas, problemas, trabajos, retos, proyectos o concursos, hace que éstos se habitúen al uso de las mismas, adquiriendo mayor soltura y seguridad en su uso.

Dentro del desarrollo de esta competencia se incluye inculcar en el alumnado las directrices básicas para que realicen un uso responsable y crítico de estos recursos, valorando en cada momento su conveniencia.

5.6.2.4. CAA – Competencia de Aprender a Aprender

El empleo de las matemáticas en distintos contextos a lo largo del curso y de la etapa, va enseñando a los alumnos la importancia de diseñar estrategias para afrontar la resolución de los problemas y retos que se van planteando, las cuales puede adaptar y extrapolar para resolver otros de forma autónoma en el contexto de la vida real.

A medida que avanza por este camino, el alumno va siendo consciente del funcionamiento de sus propios procesos de aprendizaje, los va ajustando a los tiempos y demandas de tareas, y se va acercando a un aprendizaje cada vez más eficaz y autónomo.

5.6.2.5. CSC - Competencias Sociales y Cívicas

Con la realización de las distintas actividades individuales y grupales propuestas, los alumnos aprenden a aceptar soluciones ajenas que aportan otros compañeros y a reconocer errores propios que pueden subsanarse mediante la colaboración grupal. Con ello, el alumno es capaz de aumentar sus niveles de seguridad, responsabilidad y colaboración, lo que mejora su autoestima y su capacidad para trabajar en grupo, contribuyendo a un aumento del bienestar personal y colectivo.

Por otro lado, la materia de Matemáticas enseña a trabajar con herramientas gráficas o estadísticas, entre otras, que permiten la comprensión y representación de fenómenos sociales.

5.6.2.6. CIEE – Competencia de Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor

Los retos que se le plantean al alumno hacen que desarrolle su interés y curiosidad en la resolución de los mismos, lo cual hace que se involucre en la materia y le permite reconocer las oportunidades que se le presenten en el futuro. Además, adquiere técnicas y hábitos de trabajo que le permitirán transformar las ideas en actos.

5.6.2.7. CEC – Competencia de Conciencia y Expresiones Culturales

Las matemáticas puede que sean uno de los elementos más universales del mundo, ya que se fueron desarrollando en lugares cuya población tenía distintas características y grado de desarrollo, como respuesta a una necesidad de poder comprender y expresar los fenómenos relacionados con ellas.

La universalidad del lenguaje matemático facilita el intercambio de conocimientos con otras culturas, debido principalmente a su gran simbolismo, lo que facilita el entendimiento con otros individuos con los que aparentemente no existen nexos de unión, y hace tomar conciencia de que las diferencias en muchos casos no son tan grandes.

Por todo lo anterior, el estudio de esta materia fomenta el entendimiento y el respeto por las formas de pensar de otras culturas.

5.6.3. Recursos necesarios para el desarrollo

Los recursos necesarios para el desarrollo del proyecto, se pueden clasificar en tres categorías:

Recursos materiales:

- Ordenador, Tablet o Chromebook individual de cada alumno.
- Ordenador en el aula con proyector y sistema de audio para los recursos audiovisuales.
- Plataforma online en la que se van subiendo los recursos y el material didáctico necesarios para las distintas fases.
- Correo electrónico para cada alumno.
- Cuaderno del alumno en formato físico o digital.
- Google Classroom.
- Recursos web y aplicaciones.
- Materiales necesarios para la realización de las actividades.
- Disponibilidad de las zonas deportivas al aire libre del centro.
- Calculadora.
- Pizarra.

Recursos humanos:

- Los docentes implicados que se describen al inicio del proyecto, que son un profesor y una profesora de Matemáticas, responsables de esta materia en ambas vías de los cursos de 1º y 2º de ESO.
- Los alumnos con los que se va a desarrollar el proyecto.
- En determinados momentos sería recomendable contar con el apoyo y la participación de otros docentes y demás personal del centro.

Recursos económicos:

- Las actividades se diseñan en general para llevarse a cabo con material gratuito o de muy bajo coste, al que el centro puede hacer frente sin problema. Alguno de los materiales más específicos sí que puede aumentar su coste, pero en esos casos se diseña la actividad para desarrollarla con una menos cantidad de materiales.
- Los recursos tecnológicos de los que debe disponer cada alumno son los que ya tienen para el resto de materias, por lo que no supone un gasto añadido.

5.7. DESARROLLO DEL PROYECTO

Debido a las limitaciones del alcance del presente trabajo, se plantea el desarrollo del proyecto desde un punto de vista teórico, incluyendo la posterior evaluación del mismo.

5.7.1. Fases del desarrollo del proyecto

Debido a la naturaleza del presente proyecto de innovación educativa, las fases del desarrollo del mismo no tienen lugar en una sola ocasión a lo largo de su ejecución, sino que se repiten dentro de cada unidad didáctica, y dentro de cada uno de los grupos de contenidos que puedan existir dentro de las mismas. En el siguiente apartado se representa la secuencia que siguen estas fases dentro de una unidad didáctica.

Dichas fases, con las que se abordarán los distintos contenidos de la materia, comienzan por la transmisión de contenidos para que los alumnos tengan la base necesaria, continúan con actividades básicas que facilitan la comprensión de los conceptos, seguidas de otro tipo de retos encaminados a la consolidación de los mismos, y finaliza con la evaluación del proyecto, que se aprovecha para su mejora.

La evaluación de los alumnos no se considera una fase del proyecto por sí misma, ya que se incluye dentro de la evaluación del proyecto como uno de los instrumentos para el análisis del mismo.

A continuación, se describen estas fases de forma detallada:

5.7.1.1. Contenidos, para empezar

A pesar de tratarse de un proyecto de innovación educativa con metodologías de participación activa, los alumnos deben recibir unas bases de conocimientos sobre las que construir todo lo que van a ir experimentando y aprendiendo posteriormente. Esto se hace más necesario todavía en niveles bajos como los que nos encontramos en estos primeros cursos de educación secundaria, en los que la base que tienen los alumnos es escasa.

Aula invertida (Flipped classroom)

Se trata de hacer más amena esta primera fase, que es necesaria pero que cuenta con un carácter instructivo, en la que los alumnos tradicionalmente no participan activamente. Para conseguirlo, se lleva a cabo mediante la metodología de aula invertida (flipped classroom), empleando vídeos o recursos interactivos que impliquen al alumno de forma activa, y que debe realizar de manera autónoma.

Refuerzo y resolución de dudas por parte del profesor

Tras la realización del recurso previsto para la clase invertida, en la siguiente sesión de clase se revisa lo más destacado y se resuelven las dudas que planteen los alumnos.

Tras las actividades y las sesiones de clase de mayor importancia se realizan puestas en común o debates, en los que primero ponen en común los alumnos sus impresiones sobre las mismas, y posteriormente registran en Google Classroom lo que han aprendido y si creen que hay algo que se podría mejorar.

5.7.1.2. Actividades, para asimilar

Son actividades con una total implicación y participación por parte de los alumnos, que sirven para entender y asimilar los conceptos y conocimientos básicos…

Actividades con materiales manipulativos

Estas actividades también implican el uso de otras metodologías como gamificación…

Todas las actividades que se proponen, o la mayoría de ellas, tienen versiones digitales con las que los estudiantes pueden practicar de forma individual mediante un dispositivo electrónico, fuera del horario lectivo. Sin embargo, para la realización de las mismas durante las sesiones de clase, es conveniente la utilización de recursos analógicos porque estimulan más el aprendizaje y mantienen la esencia de lo manipulativo.

Las actividades se desarrollan más adelante en un apartado específico, así como su secuenciación a lo largo de las unidades didácticas.

5.7.1.3. Problemas y retos, para consolidar

Cuando ya existe una base más o menos sólida, se pueden ir reforzando las actividades con otro tipo de dinámicas para consolidar lo que van aprendiendo y lo vayan relacionando con sus posibles aplicaciones en la vida real. Se pueden hacer tras la mayoría de actividades propuestas para la asimilación de los conceptos básicos.

Resolución de problemas de forma autónoma

Se plantean problemas para resolver en el aula durante la sesión de clase, en ocasiones de forma individual y otras veces por grupos.

Los problemas que se plantean en este tipo de sesiones no son los habituales que se resuelven mediante la aplicación de una fórmula, u otros cuya resolución tiene un sistema que consiste en la aplicación de unos pasos a modo de plantilla, que se ha

explicado previamente. Los problemas que se plantean están relacionados con situaciones de la vida real.

Solamente se entrega a los alumnos el enunciado y los datos necesarios para poder resolver el problema. A partir de ahí, son ellos los que tienen que pensar en el planteamiento que van a realizar, buscar los recursos y la información que van a necesitar, o cualquier otra cosa que pueda ser de utilidad.

En cuanto a la función e implicación del profesor en la resolución de los problemas planteados, en estos primeros cursos de la ESO se sigue principalmente el método constructivista, en el que el profesor hace de guía y trata de orientar a los alumnos mediante pistas para llegar a la resolución, y poco a poco se va pasando al método por descubrimiento, en el que se limita a resolver las cuestiones que le planteen los alumnos, surgidas a partir de sus propias investigaciones. Este último se puede comenzar a aplicar en 2º de ESO, en función del grado de adquisición de los fundamentos necesarios en los alumnos, aunque es más indicado para los cursos superiores de educación secundaria.

Proyectos o retos

Se plantea a los alumnos la realización de trabajos, generalmente por grupos, en los que se plantean retos o se propone la elaboración de proyectos algo más complejos, en los que se relacionan varios contenidos y conceptos de los que se han ido trabajando previamente en las actividades. Estos trabajos se realizan fuera del horario lectivo, aunque se utiliza parte de algunas sesiones para que puedan trabajarlo en clase y resolver dudas, sobre todo al inicio de los mismos.

La implicación del profesor será acorde al nivel del curso y de los alumnos, del mismo modo que se ha explicado para la resolución de problemas de forma autónoma.

Concursos de preguntas en el aula

Los alumnos participan, de forma individual o por parejas, en concursos de preguntas mediante el recurso Kahoot u otros similares que sirvan para este fin, utilizando el Chromebook del que disponen para trabajar en clase.

Las preguntas, que en general son con formato de test con cuatro opciones, versan sobre los contenidos vistos durante la unidad didáctica en cuestión, y varias de ellas se preparan de modo que la respuesta se consiga aplicando la lógica y el descarte, para asegurar que los alumnos han interiorizado los conceptos fundamentales.

Este tipo de dinámicas consigue motivar a los alumnos generando cierta rivalidad entre ellos. Además, se puede plantear la entrega de algún tipo de premio para los que queden en el podio al final de cada uno de los concursos que se lleven a cabo, o también hacer una clasificación general del trimestre o del curso entero.

5.7.1.4. Evaluación del proyecto y mejora continua

Al finalizar las fases de desarrollo del proyecto propiamente dicho, entendiendo como tal aquellas que guardan relación con los contenidos de la materia, se lleva a cabo la evaluación del mismo. Esta evaluación se basa principalmente en las reacciones, opiniones y resultados de los alumnos, de las que se obtiene una retroalimentación que se aprovecha para aplicar las correcciones necesarias sobre el proyecto, dentro del proceso de mejora continua.

La evaluación del proyecto se desarrolla con gran profundidad en el apartado Evaluación del proyecto.

5.7.2. Aplicación de las fases de desarrollo en una unidad didáctica

La secuencia de aplicación de las fases de desarrollo del proyecto que se han planteado anteriormente, se repite varias veces dentro de cada unidad didáctica.

A continuación, se muestra de forma esquemática el ejemplo de una unidad didáctica genérica para mostrar cómo se desarrolla esta secuencia:

Tabla 21: Aplicación de las fases de desarrollo en una unidad didáctica

SESIÓN	CONTENIDO	INSTRUMENTO	METODOLOGÍA
Previa sesión 1	Contenido A	Vídeo teoría contenido A	Aula invertida
Sesión 1	Contenido A	Dudas y repaso contenido A	Expositiva
		Inicio actividad contenido A trabajando individualmente	Mat. manipulativos
Sesión 2	Contenido A	Continuación actividad contenido A por grupos	Mat. manipulativos Ap. cooperativo
Sesión 3	Contenido A	Reto a resolver por grupos	ABRetos
Previa sesión 4	Contenido B	Recurso web interactivo contenido B	Aula invertida
Sesión 4	Contenido B	Dudas y repaso contenido B	Expositiva
		Inicio actividad contenido B trabajando por grupos	Mat. manipulativos Ap. cooperativo
Sesión 5	Contenido B	Continuación actividad contenido B compitiendo por conseguir recompensas	Mat. manipulativos Gamificación
Sesión 6	Contenido B	Resolución de problemas de forma autónoma	ABProblemas
Previa sesión 7	Contenido C	Texto con recursos TIC contenido C	Aula invertida
Sesión 7	Contenido C	Dudas y repaso contenido C	Expositiva
		Inicio actividad contenido C	Mat. manipulativos
Sesión 8	Contenido C	Continuación actividad contenido C por grupos	Mat. manipulativos Ap. cooperativo
Sesión 9	Contenido C	Proyecto forma autónoma por grupos contenido C	ABProyectos Ap. colaborativo
Horario no lectivo	Contenidos A, B y C	Trabajo escrito individual	ABProyectos
Sesión 10	Contenidos A, B y C	Clase de dudas previa a realización prueba escrita	Expositiva
Sesión 11	Contenidos A, B y C	Realización prueba escrita	
Horario no lectivo	Contenidos A, B y C	Evaluación y calificación del alumno en base a todos los instrumentos realizados en la unidad didáctica	
Horario no lectivo	General	Retroalimentación proyecto con resultados evaluación y calificación unidad didáctica	

Fuente: Elaboración propia

5.7.3. Secuenciación de actividades con materiales manipulativos

5.7.3.1. Distribución de actividades - Matemáticas 1º ESO

Tabla 22: Distribución de actividades manipulativas en 1º ESO

UNIDAD DIDÁCTICA	CONTENIDO	ACTIVIDAD	MATERIAL
UD 1: Números naturales, enteros y decimales	Números enteros	Cuenta conmigo	Tapones de plástico
	Números decimales	Más allá de la coma	Papel cuadriculado. Fichas o legumbres de distintos tipos
UD 2: Potencias y raíces	Potencias	Sentando las bases	Cápsulas, policubos de varios colores
UD 3: Divisibilidad, fracciones y proporcionalidad	Divisibilidad	Los primos finos	Policubos
	Fracciones	Repartiendo el pastel	Tiras y círculos de fracción, policubos
UD 4: Sistema métrico decimal	Magnitudes y medidas	Peras con peras, manzanas con manzanas	Cinta métrica, botellas… y escalas de unidades plastificadas
UD 5: Iniciación al álgebra	Suma y resta de monomios	Los átomos del álgebra	Policubos
	Ecuaciones de primer grado	Buscando el equilibrio	Balanza, cápsulas de café, macarrones
UD 6: Representación de funciones	Coordenadas cartesianas	Hundir la flota	Tablero de ejes cartesianos, fichas
UD 7: Estadística y probabilidad	Frecuencia, moda y media	Analiza la muestra	Piezas o legumbres de diferentes tipos
	Diagramas de barras	Skyline estadístico	Policubos
UD 8: Rectas y ángulos	Ángulos en el plano y su relación con las rectas	Los graduados	Palitos de madera, abanicos
UD 9: Figuras geométricas planas. Perímetros y áreas	Polígonos	Figuras elásticas	Geoplano
	Teorema de Pitágoras	Lados al cuadrado	Cartones, pajitas, legumbres pequeñas
	Perímetros y áreas	Baldosas unitarias	Pentominó

Fuente: Elaboración propia

5.7.3.2. Distribución de actividades - Matemáticas 2º ESO

Tabla 23: Distribución de actividades manipulativas en 2º ESO

UNIDAD DIDÁCTICA	CONTENIDO	ACTIVIDAD	MATERIAL
UD 1: Números enteros y decimales	Números decimales	El tiempo vuela	Cronómetro
UD 2: Potencias y raíces	Potencias	Volúmenes	Policubos
UD 3: Fracciones y proporcionalidad numérica	Fracciones	Masterchef matemático	Recetarios de cocina, tiras y círculos de fracción
	Proporcionalidad numérica		
UD 4: Expresiones algebraicas	Operaciones con polinomios	Puzzle de polinomios	Tarjetas de polinomios
UD 5: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones	Sistemas de ecuaciones	Valores ocultos	Bolígrafo, goma de borrar, rotulador, cuaderno, policubos, legumbres…
UD 6: Funciones	Concepto de función y formas de representarla	Que comience la función	Cinta métrica y cronómetro
UD 7: Estadística y probabilidad	Probabilidad	No confíes en la suerte	Dados, monedas, barajas de cartas
UD 8: Figuras geométricas planas y espaciales. Áreas y volúmenes	Figuras geométricas espaciales	Estructuras geométricas	Plastilina, palillos, pajitas, palos
	Volúmenes de figuras espaciales	Lo importante está en el interior	Cuerpos geométricos rellenables
UD 9: Proporcionalidad geométrica	Teorema de Tales	Midiendo a bastonazos	Elemento de referencia para medir, como zapatilla, palo…

Fuente: Elaboración propia

5.7.4. Desarrollo de las actividades con materiales manipulativos

En este apartado se desarrollan las actividades basadas en el empleo de materiales manipulativos, que se han distribuido entre las diferentes unidades didácticas en el apartado anterior.

5.7.4.1. Cuenta conmigo

Contextualización: 1º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 1.

Contenidos: Números enteros.

Se reúne una cantidad considerable de tapones de botellas de plástico, los suficientes como para que haya unos 10 tapones por alumno. Pueden traerlos de sus casas.

Se escribe un número entero positivo o negativo en cada tapón, con rotulador permanente. Estos números deben estar dentro del rango que se quiera trabajar en cada caso, que al principio no será muy amplio. Por ejemplo, se puede empezar con números comprendidos entre el -30 y el +30, e ampliando el rango posteriormente.

La primera parte de la actividad consiste en colocar los tapones en la recta, ordenados de menor a mayor, o viceversa. Se distribuye a los alumnos en grupos de tres o cuatro personas, y se reparten diez tapones a cada uno de forma aleatoria, los cuales deberán ir colocando ordenadamente hasta formar la recta completa con todos los tapones del grupo. Posteriormente, se mezclan los tapones del grupo y vuelven a coger diez para volver a ordenarlos. Otra variante es ir rotando algunos alumnos de grupo aleatoriamente para no trabajar todo el rato con los mismos números (Allueva, 2018).

La segunda parte de la actividad consiste en hacer distintas combinaciones de tapones, comenzando por dos tapones en cada combinación y aumentando el número conforme avanza la actividad. Se puede extrapolar y plantear multiplicaciones y divisiones entre tapones. El objetivo es obtener el resultado de cada una de las combinaciones y registrarlo en la ficha o cuaderno. Se puede trabajar en grupos o de forma individual (Allueva, 2018).

Figura 1: Tapones con números enteros
Fuente: (Allueva, 2018)

5.7.4.2. Más allá de la coma

Contextualización: 1º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 1

Contenidos: Números decimales.

En esta actividad el concepto protagonista es que los números están formados por muchas partes en las que se pueden descomponer, como por ejemplo una centena está formada por diez decenas y a su vez por cien unidades. Cuando se llega a descomponer una unidad, todo lo que hay por debajo son números decimales, es decir, lo que está más allá de la coma.

Se propone hacer la actividad con papel cuadriculado o milimetrado, pero se podría realizar con policubos o piezas de Lego. Se forma un cuadrado cuyos lados midan 10, 100, o el número de cuadrados que se desee, en función del nivel de descomposición que se quiera trabajar.

En este caso, el cuadrado representa una unidad y sus dimensiones son 10 x 10 cuadrados, por lo que está formado por 100 cuadrados. Se divide en 10 tiras de 10 cuadrados, representando cada una de ellas una décima, porque con 10 tiras se forma una unidad, y cada décima a su vez en 10 cuadrados, que son centésimas porque necesitas 100 cuadrados para formar una unidad (Virginia G., 2022).

Una vez que se tienen disponibles varios elementos de cada uno de los tamaños, se pide a los alumnos que vayan formando distintos números. En este caso solamente se puede llegar al segundo decimal, pero se puede preparar para alcanzar posiciones más bajas. En el ejemplo de la siguiente imagen se representa el número 1’23, siendo la unidad el cuadrado de mayor tamaño, las décimas las tiras, y las centésimas los cuadrados de menor tamaño.

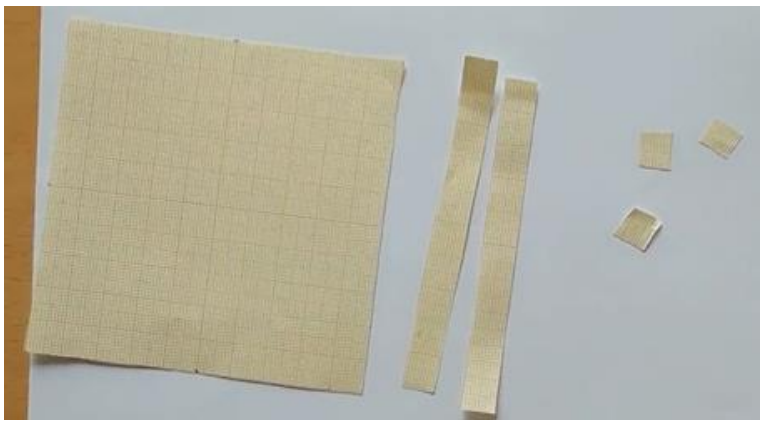

Figura 2: Números decimales con papel cuadriculado
Fuente: (Virginia G., 2022)

En el siguiente paso, los alumnos se ponen por parejas y se practica la suma y la resta de números con decimales, añadiendo o quitando cuadrados o tiras, haciendo hincapié en que solamente se puede operar los de una posición con los elementos que estén en esa misma posición en los otros números.

Esta misma actividad se puede practicar con legumbres de distintos tipos o con fichas de distintos colores, estableciendo por ejemplo que 1 judía (unidades) está compuesta por 10 garbanzos (décimas), y a su vez 1 garbanzo por 10 lentejas (centésimas).

5.7.4.3. Sentando las bases

Contextualización: 1º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 2

Contenidos: Potencias.

En las potencias es muy importante que los alumnos asimilen que la base representa el número que se va a multiplicar por sí mismo repetidas veces, y el exponente indica precisamente esa cantidad de veces.

Teniendo elementos de distintos colores, como policubos o cápsulas de café, o de distintos tipos, como legumbres, se asigna a cada color un valor numérico. Por ejemplo, los policubos negros valen 1, los naranjas valen 2, los amarillos valen 3, etc. El valor de cada policubo, es el valor de la base en cada caso. Se reparte a cada alumno o grupo de alumnos unos cuantos policubos de forma aleatoria, y tienen que expresar las potencias que se pueden formar. Si les tocan, por ejemplo, los que se ven en la siguiente imagen, los alumnos deben expresar que tienen las siguientes potencias: $1 \cdot 1 = 1^2$ (Negro), $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$ (Naranja), $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$ (Amarillo), y así sucesivamente (Alba, 2021).

Figura 3: Policubos formando potencias
Fuente: (Torres, 2018)

La segunda parte de esta actividad tiene como finalidad la conexión de las potencias con algunas figuras geométricas como el cuadrado y el cubo, mediante la representación con policubos de la elevación al cuadrado y la elevación al cubo. Para la construcción de las figuras, cada uno de sus lados debe tener una longitud de tantos policubos como el número que sea la base de la potencia, y el exponente indica si la figura se representa en dos (elevado al cuadrado) o tres (elevado al cubo) dimensiones (Alba, 2021).

El resultado de la potencia indica la superficie del cuadrado o el volumen del cubo. Por ejemplo, $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ es un cuadrado de 3 policubos de lado y con una superficie de 9, y $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ es un cubo de 2 policubos de lado y con un volumen de 8.

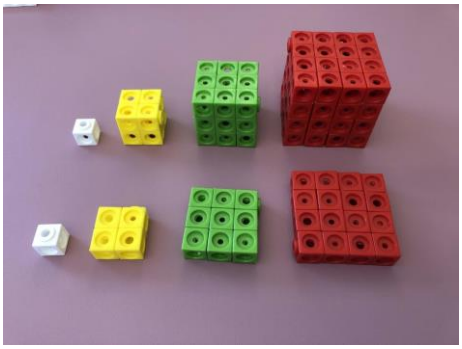

Figura 4: Policubos formando cuadrados y cubos
Fuente: (Sabrina, 2020)

5.7.4.4. Los primos finos

Contextualización: 1º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 3

Contenidos: Divisibilidad.

En esta actividad se aborda el concepto de divisibilidad de forma visual, aunque lo que resulta determinante para interiorizar este concepto va a ser la indivisibilidad.

Para la realización de la misma, se distribuye a los alumnos formando grupos de tres o cuatro, y mediante la utilización de policubos o fichas de Lego, se trata de formar un cuadrado o rectángulo con tantas fichas como el valor del número que toque en cada caso, comenzando por el 1 y en orden ascendente, probando con todos los números enteros (Pardos & Rabinal, 2022).

A medida que avancen, los alumnos se van dando cuenta de que algunos números no permiten formar las figuras geométricas cuadrangulares o rectangulares. Estos números son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19… es decir, los números primos, los que son indivisibles. Estos números solamente se pueden representar por una fina línea de policubos, o si se quiere interpretar como un fino rectángulo de altura 1 y base el propio número, ya que solo son divisibles por sí mismos y por 1.

La reflexión que se debe hacer con los alumnos es que los números con los que se puede formar rectángulos o cuadrados son divisibles, y sus divisores son la base y la altura del rectángulo o el lado del cuadrado.

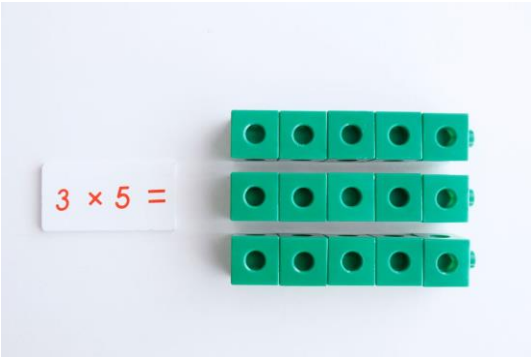

Figura 5: Divisibilidad con policubos
Fuente: (Klara, 2019)

5.7.4.5. Repartiendo el pastel

Contextualización: 1º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 3

Contenidos: Fracciones.

Para transmitir a los alumnos el fundamento de lo que representa una fracción, se trabaja con el concepto de que se divide algo en tantas partes como indica el denominador, y se cogen tantas partes como indica el numerador. Por lo tanto, no se puede decir que una fracción es mayor o menor que otra mirando solo el numerador o el denominador, sino que es la relación entre ambos la que nos lo indica.

Se reparten varias tiras de cartulina de la misma longitud, estando los alumnos en grupos de dos o tres personas para que puedan repartirse el trabajo, y se pide que dividan cada una en un número distinto de trozos del mismo tamaño. También se pueden entregar fichas recortables en las que ya viene marcado el tamaño de cada uno de estos fragmentos.

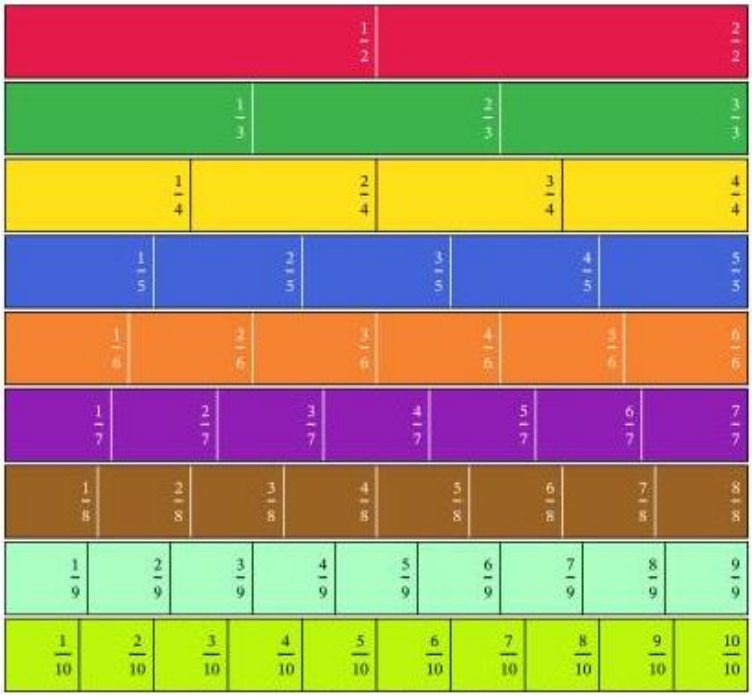

Figura 6: Tiras para trabajar fracciones
Fuente: (Math-Drills, 2022)

Otro ejemplo muy sencillo y visual para que los alumnos asimilen la idea de las fracciones es el de repartir un pastel, y además se introduce otra manera gráfica de representarlas. Además de las tiras, se trabaja con fichas recortables que representan estos círculos de fracción.

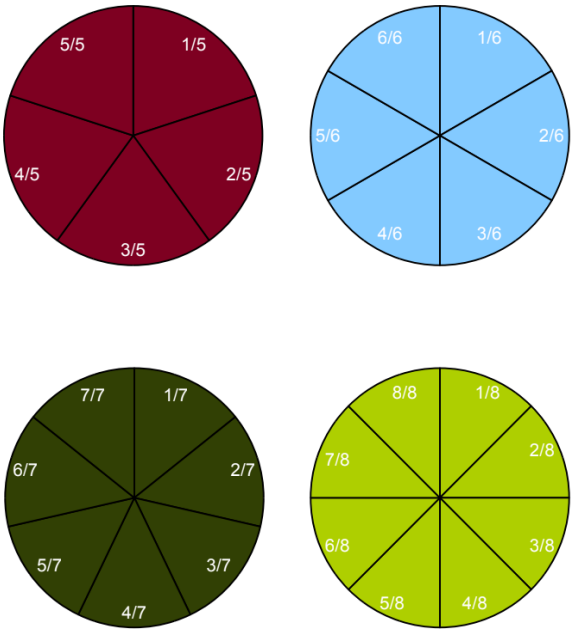

Figura 7: Círculos para trabajar fracciones
Fuente: (Math-Drills, 2022)

Tanto con las tiras como con los círculos, los alumnos deben practicar, comparar unas con otras, tomando distinta cantidad de fragmentos en cada caso y haciendo operaciones con ellos.

5.7.4.6. Peras con peras, manzanas con manzanas

Contextualización: 1º ESO / 2ª Evaluación / Unidad didáctica 4

Contenidos: Magnitudes y medidas.

Es fundamental conocer bien las unidades de medida, lo que representa cada una, con qué magnitudes de asocian, y saber trabajar con ellas y sus equivalencias. Este es uno de los conceptos más importantes de la materia, y puede que el que mayor transversalidad tenga, ya que afecta a un sinfín de materias y campos de estudio, y es fundamental en el día a día.

Se forman cuatro grupos de alumnos, para que cada grupo trabaje con diferentes magnitudes y unidades de medida, y posteriormente van rotando hasta que hayan trabajado con todas las que se proponen, que son: a) Longitud, superficie y volumen, b) Masa, c) Capacidad y d) Tiempo. Con el material del que se dispone en el centro o se ha recolectado con ayuda de los alumnos, se toman medidas de distintos elementos con ayuda de la cinta métrica, la báscula digital, vasos, botellas, tetrabriks, o el cronómetro.

Una vez registradas las medidas correspondientes, se trabaja el cambio de unidades con ayuda de unas fichas plastificadas, para que los alumnos puedan escribir y borrar con rotulador tantas veces como quieran, en las que se representan los peldaños de cada escala para el cambio de unidades (Ginés y Maribel, 2020).

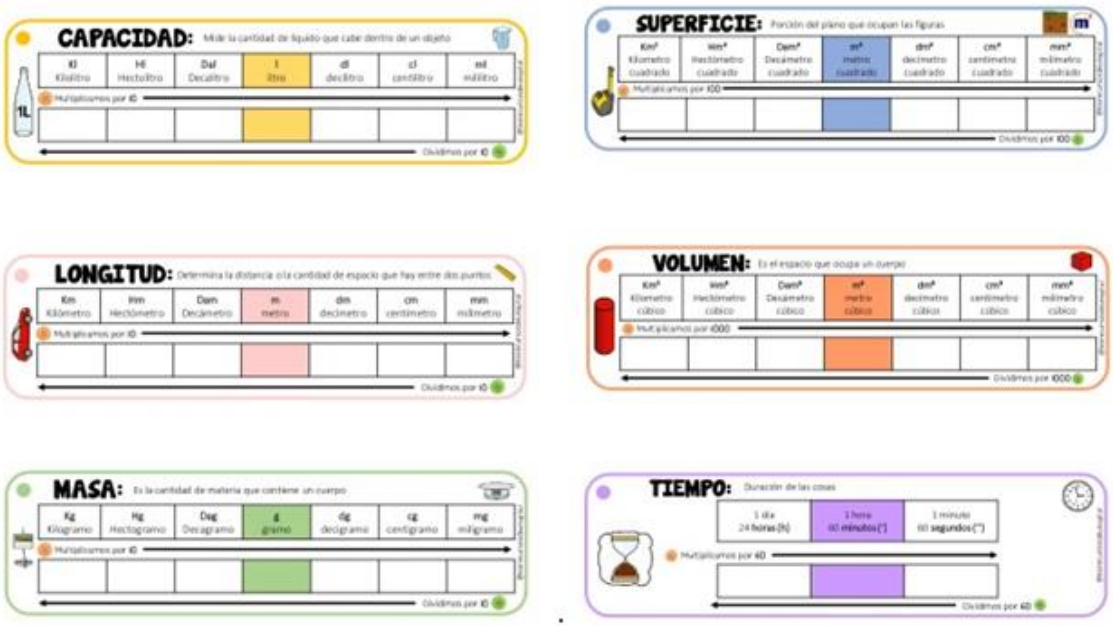

Figura 8: Fichas para los cambios de unidades

Fuente: (Ginés y Maribel, 2020)

Se debe conseguir que los alumnos manejen todas las unidades y trabajen con ellas con soltura, además de que establezcan algunas relaciones importantes entre ellas, como por ejemplo la existente entre capacidad y volumen. Además, deben interiorizar que solamente se pueden sumar o restar magnitudes cuando estén expresadas en las mismas unidades, es decir, peras con peras y manzanas con manzanas.

5.7.4.7. Los átomos del álgebra

Contextualización: 1º ESO / 2ª Evaluación / Unidad didáctica 5

Contenidos: Suma y resta de monomios.

Como introducción al álgebra, se establece un paralelismo con el tema de los átomos y moléculas de la materia de Física. Los monomios harían las veces de átomos, ya que son la partícula básica y fundamental del álgebra, y a partir de la unión de varios de ellos surgen los polinomios, que serían las moléculas, y tras esto ya se pueden formar ecuaciones y trabajar con distintas expresiones.

Por otro lado, los monomios, igual que los átomos, están formados por distintos elementos, y así como los átomos tienen un núcleo central formado por protones y neutrones, además de electrones orbitando alrededor, los monomios tienen su parte literal (núcleo) formado por la letra y su exponente, y el coeficiente (electrones) que multiplica a las variables.

En esta actividad se utilizan policubos u otras fichas en las que haya distintos colores para trabajar con potencias. En este caso, la base de las potencias es una letra en lugar de un número y, además, se añaden los coeficientes, que son representados con un color diferente al de la incógnita.

En el ejemplo de la siguiente imagen, siendo los policubos verdes los números (coeficiente) y los rojos las incógnitas (parte literal), el monomio representado es $1x^3$, siendo su coeficiente 1 (hay 1 policubo verde) y su parte literal $x \cdot x \cdot x = x^3$ (cada policubo rojo representa una x).

Figura 9: Policubos formando un monomio 1

Fuente: (Susana, 2018)

En este otro ejemplo, los policubos azules son los números (coeficiente) y los naranjas las incógnitas (parte literal), por lo que el monomio representado es $4x^6$, siendo su coeficiente 4 (los policubos azules) y su parte literal $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^6$ (los naranjas).

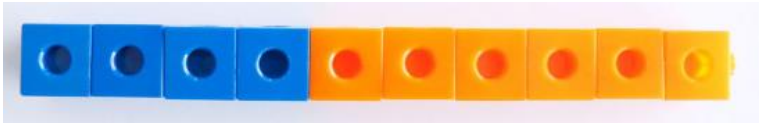

Figura 10: Policubos formando un monomio 2

Fuente: (Klara, 2019)

Una vez asimilado el concepto de monomio y las partes que lo forman, se proponen distintos ejemplos de monomios a los alumnos, que deben formar con policubos como se ha visto en los ejemplos anteriores, trabajando en grupos de tres personas. Cuando tienen todos formados, se les indica que los vayan combinando para formar sumas y restas de distintos monomios, y que vayan registrando los resultados que resultan de la operación, tanto en forma de policubos como en el cuaderno. Más adelante se introduce el concepto de monomios con más de una incógnita en su parte literal.

El aprendizaje más importante en este caso es que no se pueden sumar ni restar monomios que no tengan exactamente la misma parte literal, y eso lo visualizan con los policubos.

5.7.4.8. Buscando el equilibrio

Contextualización: 1º ESO / 2ª Evaluación / Unidad didáctica 5

Contenidos: Ecuaciones de primer grado.

Para introducir el concepto de ecuación, se establece una analogía entre ésta y una balanza, en la que inicialmente tenemos a ambos lados tanto incógnitas como números. El objetivo es dejar todas las incógnitas a un lado y los términos independientes al otro, pero siempre manteniendo el equilibrio existente en la balanza.

Las incógnitas se representan con una figura (rombo o cápsula, distinguiéndose los positivos de los negativos mediante el color, mientras que los números son otro tipo diferente de pieza (macarrón), indicando su signo positivo o negativo por el color. En el caso del ejemplo de la siguiente imagen, los azules representan los positivos y los rojos los negativos (Pardos & Rabinal, 2022).

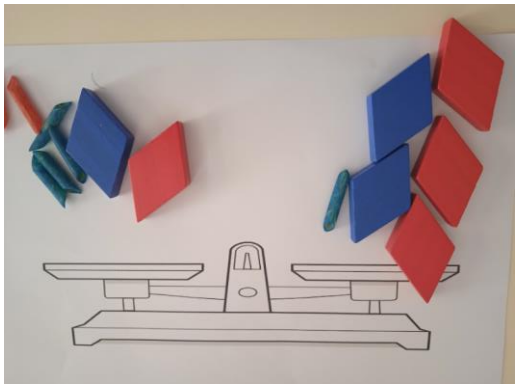

Figura 11: Juego de la balanza para ecuaciones
Fuente: (Pardos & Rabinal, 2022)

Para conseguir llegar al resultado final, hay que seguir una serie de reglas:

- El primer paso es explotar todas las figuras que sea posible, para reducir el peso de la balanza. Solo se pueden agrupar elementos de la misma especie (que sean la misma figura). Al juntar una figura con otra igual, pero de signo contrario, ambas explotan y desaparecen porque se anulan.
- El segundo paso es buscar el equilibrio de la balanza, añadiendo o quitando las mismas figuras a ambos lados, hasta conseguir que a un lado solamente haya rombos y al otro solamente macarrones.
- El tercer paso es buscar el valor de x que haga que la balanza esté en equilibrio.

Los alumnos se organizan por parejas o tríos, y se les plantean diferentes disposiciones de los pesos en la balanza para que traten de llegar a la situación final siguiendo las reglas establecidas.

Cuando tienen trabajado y asimilado el concepto, tras haber practicado lo suficiente, se extrapola esta dinámica del juego de la balanza a las ecuaciones de primer grado, relacionando cada elemento y cada una de las reglas con las ecuaciones expresadas ya con los símbolos propios de las mismas. Además, se refuerza el concepto de operaciones con números enteros positivos y negativos.

Conforme se va avanzando y se introducen más elementos, se debe hacer especial hincapié en respetar el orden de la jerarquía de las operaciones como una regla más, la cual no se puede aplicar en el juego.

5.7.4.9. Hundir la flota

Contextualización: 1º ESO / 2ª Evaluación / Unidad didáctica 6

Contenidos: Coordenadas cartesianas.

El manejo adecuado de las coordenadas en los ejes cartesianos es fundamental para designar puntos de forma correcta, y más adelante para trabajar con funciones de todo tipo, además de figuras geométricas que se pueden representar sobre dichos ejes y otros elementos.

Se propone la presente actividad, basada en el conocido juego de mesa que da nombre a la misma, en la que se modifica el tablero de juego respecto del original y se sustituye por uno de coordenadas cartesianas con valores positivos y negativos en ambos ejes.

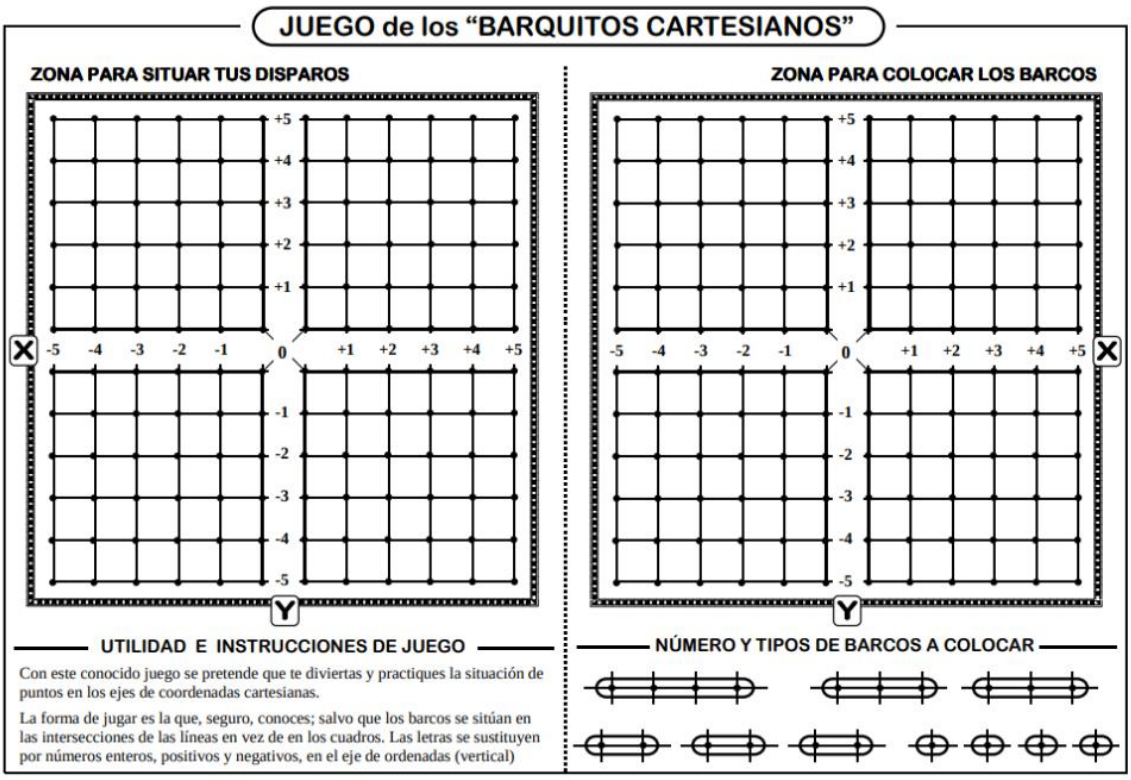

Figura 12: Tablero de barquitos cartesianos
Fuente: (de la Rosa Sánchez, 2021)

Estando los alumnos por parejas, cada uno de ellos sitúa todos sus barcos sin que su compañero vea la ubicación de los mismos, de manera que cada punto del barco coincida con un punto de intersección de las líneas del tablero. Se colocan 4 barcos de 1 punto, 3 barcos de 2 puntos, 2 barcos de 3 puntos y 1 barco de 4 puntos, y para representarlos se pueden utilizar fichas o elementos que tengan una forma y tamaño acorde al tablero de juego.

Cada uno de los alumnos debe ir diciendo en turnos alternos las coordenadas X e Y de distintos puntos, y el compañero responde Agua, Tocado o Hundido. El primero que hunda todos los barcos del compañero, es el ganador.

5.7.4.10. Analiza la muestra

Contextualización: 1º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 7

Contenidos: Frecuencia, moda y media.

Como iniciación a la estadística, se deben interiorizar los elementos que se utilizan habitualmente y saber lo que representa cada uno de ellos. Para que los alumnos trabajen esto de forma visual, se trabaja con legumbres o piezas de diferentes tipos.

Se entrega a cada grupo de 4 o 5 alumnos un puñado de legumbres de varios tipos, todas mezcladas.

Figura 13: Muestra de variedades de legumbres
Fuente: (El amasadero, 2022)

A partir de la muestra de legumbres entregada, cada uno de los pupilos es responsable de separar y hacer el recuento de uno o dos tipos de las mismas, en función de la cantidad de variedades que haya. En una ficha común del grupo se registra el número de unidades de cada tipo para obtener la frecuencia, y a partir de estos datos obtienen la moda y la media.

5.7.4.11. Skyline estadístico

Contextualización: 1º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 7

Contenidos: Diagramas de barras.

En estadística es fundamental la interpretación y el manejo de los datos, pero no menos importante es su representación de forma correcta y fiel a la realidad.

A partir de una serie de datos dada, los alumnos deben representarlas gráficamente mediante distintos materiales como policubos, piezas de Lego, botes con legumbres, etc. Se trata de añadir una unidad por cada vez que se repite cada variable, para representar en una especie de gráfico de barras la frecuencia de cada una de ellas.

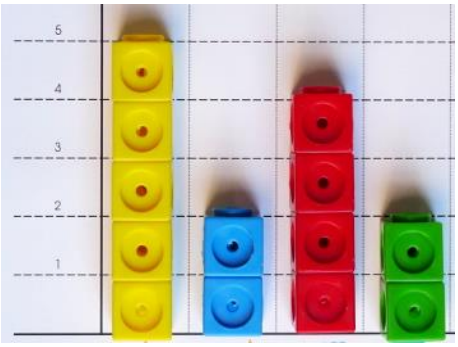

Figura 14: Gráfico de barras con policubos
Fuente: (Sara, s. f.)

Al crear los gráficos de forma manual, los alumnos asimilan el concepto de que lo que representa cada barra es la cantidad de elementos de ese tipo que hay en la muestra.

5.7.4.12. Los graduados

Contextualización: 1º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 8

Contenidos: Ángulos en el plano y su relación con las rectas.

Los ángulos y las rectas, así como la geometría en general, son contenidos que se prestan a la manipulación debido a que tienen una correspondencia directa con un gran número de elementos de la realidad. Pero precisamente por este mismo motivo en muchas ocasiones es necesaria su representación con materiales manipulativos, para contrarrestar la falta de visión espacial de los alumnos en estos niveles educativos, en lo que no están entrenados en este ámbito.

Esta actividad consiste en representar con palos de helado, u otros similares, las clases de ángulos que surgen al cortarse las rectas en el plano y sus distintas combinaciones. Cada alumno individualmente va uniendo los palos de forma que quede con la graduación necesaria para formar cada uno de los ángulos indicados, y posteriormente los va combinando y poniendo en común con los compañeros para trabajar el concepto de ángulos complementarios y suplementarios, y cómo surgen a partir del cruce de dos rectas en el plano (Ruiz Domínguez, 2019).

Figura 15: Ángulos con palos de helado
Fuente: (Ruiz Domínguez, 2019)

Tras esta actividad, los alumnos no deben tener dudas sobre los tipos de ángulos y sus características, ya que la construcción y denominación de muchas figuras geométricas, tanto planas como espaciales, están determinadas por sus ángulos.

5.7.4.13. Figuras elásticas

Contextualización: 1º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 9

Contenidos: Polígonos.

Esta actividad propone la iniciación del alumno en la representación de figuras geométricas planas de forma sencilla, dinámica y fácilmente modificable, utilizando el material Geoboard. Este recurso, llamado también Geoplano consiste en un tablero con una cuadrícula que cuenta con elementos que sobresalen en cada punto de intersección, y gomas elásticas que se anclan en dichos elementos y con las que los alumnos van construyendo figuras.

El profesor indica una serie de figuras con distintas características en cada caso, que el alumno va representando de forma individual. Se trabaja principalmente la clasificación de los polígonos en función del número de lados, y según si es convexo o cóncavo.

La manera de describir las figuras por parte del profesor es diferente en función del nivel del grupo y de la dificultad que se le quiera dar a la actividad, pudiendo ser algunas de estas mostrar imágenes de elementos geométricos similares que existen en la realidad, indicar el nombre de la figura, o describir las características de la misma, entre otros.

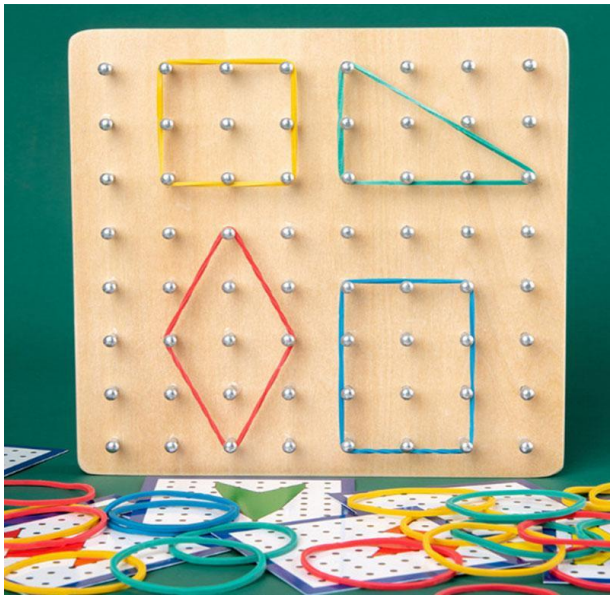

Figura 16: Geoplano con figuras geométricas

Fuente: (Dropshipping toy, 2022)

Tras la construcción de la figura indicada, el alumno pone en común su resultado con el resto de compañeros, y son éstos los que determinan si la representación es correcta, mediante una revisión paso a paso, guiada por el profesor o de forma autónoma, de todas las características que debe cumplir según las indicaciones que se hayan dado.

5.7.4.14. Lados al cuadrado

Contextualización: 1º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 9

Contenidos: Teorema de Pitágoras.

Para comprobar el Teorema de Pitágoras, se propone a los alumnos que construyan, organizados por grupos de tres personas, los cuadrados que se pueden formar a partir de cada uno de los lados de un triángulo rectángulo cualquiera. Los lados exteriores de los cuadrados se construyen con pajitas de papel o de plástico, mientras que el triángulo que completa el espacio central se recorta de un trozo de cartón o de papel (Llica, 2022).

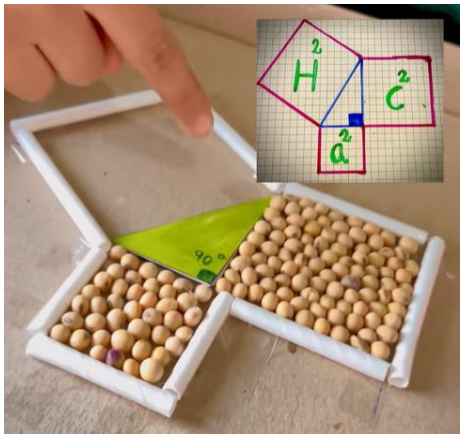

Figura 17: Pitágoras – Cuadrados de los catetos
Fuente: (Llica, 2022)

Utilizando garbanzos u otro tipo de legumbres pequeñas y redondeadas, para que ocupen el espacio sin dejar huecos, se llenan los dos cuadrados correspondientes a los catetos del triángulo. A continuación, se quita el triángulo central y se pasan todos los garbanzos al cuadrado formado a partir de la hipotenusa del triángulo, y se comprueba que encajan a la perfección (Llica, 2022).

Figura 18: Pitágoras – Cuadrado de la hipotenusa
Fuente: (Llica, 2022)

Los alumnos han comprobado visual y manualmente el concepto del cuadrado de un número o una longitud, además de que la suma de la superficie de los cuadrados pequeños, es igual que la del cuadrado grande.

5.7.4.15. Baldosas unitarias

Contextualización: 1º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 9

Contenidos: Perímetros y áreas.

Para comenzar a entender el concepto de perímetros y áreas de figuras geométricas planas y trabajar con él, se indica a los alumnos que imaginen la descomposición de cualquier superficie en baldosas cuadradas cuyo lado tiene una longitud de una unidad, y el área de la misma también es de una unidad de superficie. El número de baldosas resultante es la superficie total de la figura, y el número de lados de baldosas que no están unidos a otra baldosa es la longitud del perímetro de la figura dada.

Para practicar el concepto explicado anteriormente de forma visual, se utiliza el material Pentominó, que cuenta con doce figuras, cada una de ellas compuesta por cinco unidades cuadradas, cuyas formas se asemejan a letras del abecedario.

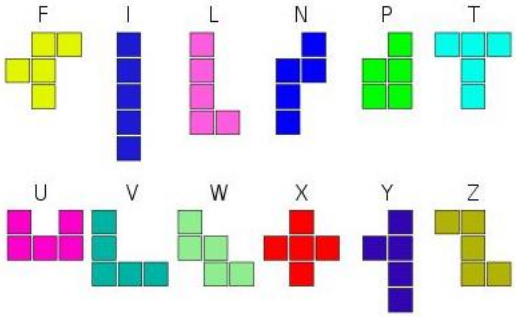

Figura 19: Figuras del Pentominó

Fuente: (Gallego Castillo, 2022)

Se van proponiendo retos a los alumnos para que realicen por grupos, como la construcción de distintas figuras propuestas o rectángulos de diferentes dimensiones, empleando 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 u 11 piezas. Los estudiantes deben ir dibujando en unas cuadrículas la distribución de las figuras en cada caso, y registrando en una tabla la longitud del perímetro y la superficie de cada uno de los rectángulos, en función de las unidades cuadradas que tenga en cada caso (Bustos Ortiz, 2015).

Tabla 24: Resultados Pentominó - Rectángulos 3 a 11 figuras

Rectángulo	Largo	Alto	Unidades cuadradas en toda la figura	Unidades lineales del contorno
Tres fichas	5	3	15u²	16u
Cuatro fichas				
Cinco fichas				
Seis fichas				
Siete Fichas				
Ocho fichas				
Nueve Fichas				
Diez fichas				
Once fichas				

Fuente: (Bustos Ortiz, 2015)

Finalmente se propone que construyan rectángulos utilizando las 12 figuras, con distintas combinaciones. Los resultados se deben registrar del mismo modo que en el ejercicio anterior (Bustos Ortiz, 2015).

Tabla 25: Resultados Pentominó - Rectángulos 12 figuras

Rectángulo	Alto	Ancho	Área	Perímetro
12 fichas				
12 fichas				
12 fichas				
12 fichas				

Fuente: (Bustos Ortiz, 2015)

Se realiza una reflexión final con los los alumnos sobre las distintas combinaciones que se pueden obtener al construir rctángulos con el recurso Pentominó, utilizando las 12 figuras del juego.

Todas estas combinaciones, que se pueden ver en la siguiente imagen, al emplear las 12 figuras de 5 cuadraditos cada una, tienen la misma superficie, que corresponde a 60 cuadraditos. Sin embargo, todas ellas tienen tienen un perímetro de una longitud diferente al resto, por lo que no existe una relación entre estas dos propiedades geométricas en las figuras rectangulares.

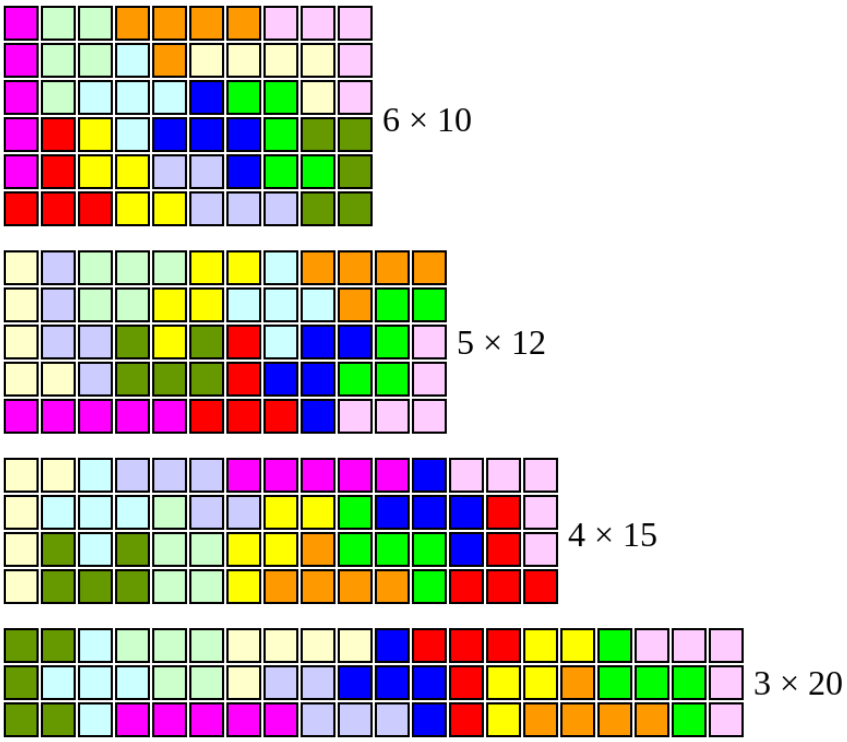

Figura 20: Pentominó - Rectángulos de 12 figuras
Fuente: (Wikipedia, 2020)

5.7.4.16. El tiempo vuela

Contextualización: 2º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 1

Contenidos: Números decimales.

En la clase de Educación Física, o durante el recreo si esto no fuese posible, los alumnos recorren distintas distancias, unas andando y otras corriendo, mientras uno de sus compañeros va registrando los distintos tiempos con la ayuda de un cronómetro digital. Una vez que todos los alumnos tienen sus tiempos, no son necesarias más de cinco registros por persona, se realiza la actividad en clase, consistente en la conversión de distintas magnitudes a números decimales y al manejo de éstos.

Partiendo de los datos de tiempos registrados en formato de minutos, segundos y centésimas de segundo, los alumnos llevan a cabo de forma individual, en su cuaderno o en la ficha de la actividad, las conversiones que sean necesarias para pasar todos estos datos a números decimales en distintas unidades indicadas por el profesor (milésimas de segundo, décimas de segundo, minutos…).

Posteriormente, ya con los datos en formato de números decimales, se trabaja con ellos para practicar las aproximaciones por truncamiento y por redondeo, su clasificación según los tipos de números decimales que existen, y se practican operaciones básicas con los números decimales obtenidos.

Esta actividad se puede hacer también con coordenadas que consulten los alumnos en mapas, o con medidas de distintos ángulos, siempre que los datos iniciales se registren con el formato de grados, minutos y segundos.

5.7.4.17. Volúmenes factorizados

Contextualización: 2º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 2

Contenidos: Potencias.

Los alumnos construyen de forma individual utilizando los policubos, distintos ejemplos de figuras espaciales que se puedan formar a partir de una única potencia, es decir, figuras cúbicas como por ejemplo $3^3=3\cdot3\cdot3$, y posteriormente calculan el volumen que tienen estos cubos, $3\cdot3\cdot3=27$. Se asigna una unidad de medida del sistema métrico decimal a los policubos en cada caso, o una unidad a cada color de policubo, para trabajar los volúmenes con las unidades correspondientes de volumen y capacidad.

Sin embargo, no siempre se van a tener figuras en las que todas las aristas tengan la misma medida, es decir, que no todos los números al factorizarlos se pueden reducir a una única potencia, sino que habitualmente será el producto de varias potencias con distintas bases. Es por esto que se diseña la segunda parte de la actividad para trabajar de forma visual el concepto de factorización.

Se indica a los alumnos que construyan figuras geométricas espaciales en las que las aristas no sean iguales en las tres dimensiones, bien sean dos iguales y una diferente o las tres diferentes, es decir, prismas de base cuadrangular o rectangular.

En la siguiente imagen se muestra un posible ejemplo para llevar a la práctica lo comentado. Las aristas de este prisma son de $2\cdot2\cdot3$, que agrupado es $2^2\cdot3$, correspondiente al resultado de factorizar el número 12, que es el valor del volumen de la figura.

Figura 21: Prismas con policubos
Fuente: (Martín, s. f.)

Para poder llevar a cabo la comprobación de forma visual, hay que limitarse a las tres dimensiones, pero las posibilidades de factorización van mucho más allá. Esto se practica posteriormente en distintos problemas a partir del concepto asimilado en esta actividad.

5.7.4.18. Masterchef matemático

Contextualización: 2º ESO / 1ª Evaluación / Unidad didáctica 3

Contenidos: Fracciones y proporcionalidad numérica.

A partir de una receta consultada en algún blog de cocina de internet, o extraída de un recetario o de alguien del entorno del alumno, éste debe transformar en forma de fracciones las cantidades que se indiquen en la misma para cada ingrediente, siendo el denominador el total resultante de la suma de todos los ingredientes, en unidades de masa. Aquellos ingredientes que vienen dados en otras unidades, principalmente de volumen, se pasan a unidades de masa utilizando la densidad correspondiente a cada uno de ellos.

Trabajando por parejas, el resultado que se pide es que reflejen la parte que representa cada uno de los ingredientes en forma fraccionaria, en porcentaje y en forma gráfica, de forma aproximada. Para esto último se utilizan las tiras y círculos de fracción con las que ya trabajaron anteriormente las fracciones.

Posteriormente, a partir del número de personas o raciones que se estima que corresponden a la receta anterior, se pide calcular mediante proporcionalidad las cantidades de cada ingrediente que se debería utilizar para distintos números de raciones. Los resultados se van registrando en el cuaderno o en la ficha de la actividad.

Tabla 26: Proporcionalidad de ingredientes

Personas	Huevos	Mantequilla Azúcar	Harina	Chocolate	Leche
16	8	120	160	280	1000
4	2	30	40	70	250

Fuente: (Prades, 2019)

5.7.4.19. Puzzle de polinomios

Contextualización: 2º ESO / 2ª Evaluación / Unidad didáctica 4

Contenidos: Operaciones con polinomios.

Esta actividad se diseña con el objetivo de trabajar destrezas algebraicas básicas relacionadas con las operaciones con polinomios. Se plantea un puzzle o rompecabezas con nueve fichas rectangulares, con expresiones polinómicas en cada uno de sus cuatro lados y un cuadro en blanco junto a cada una de estas expresiones (García Azcárate, 2011).

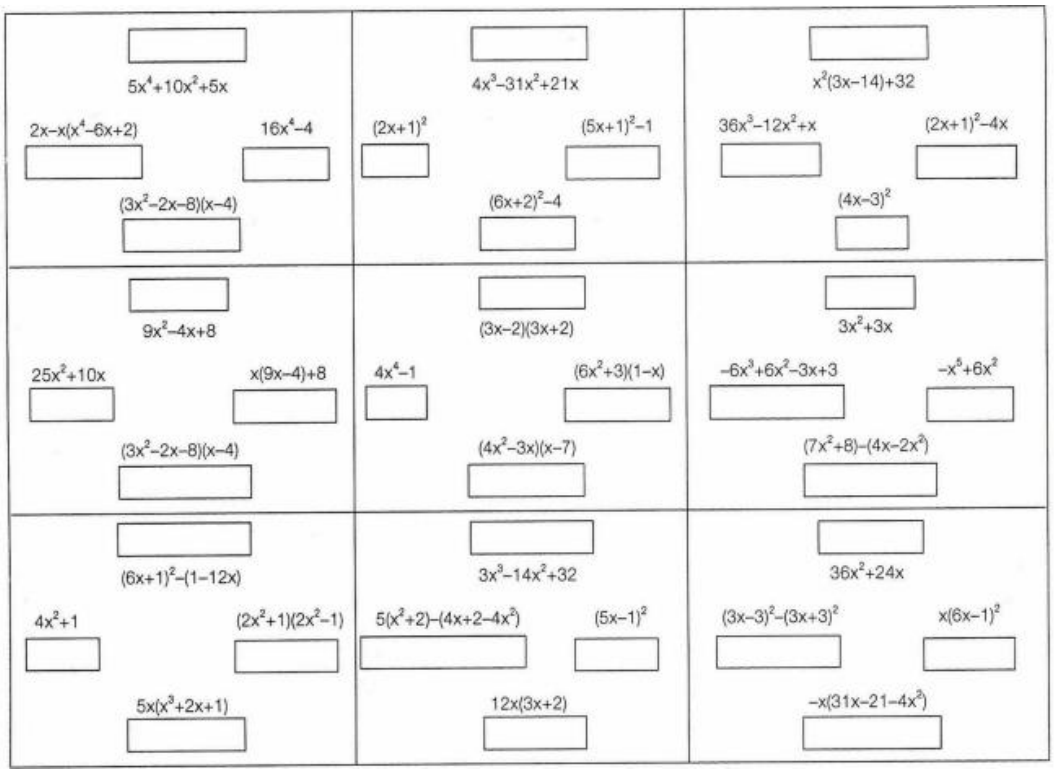

Figura 22: Puzzle de polinomios en blanco

Fuente: (García Azcárate, 2011)

Las expresiones que aparecen en las fichas están sin desarrollar, por lo que la primera parte de la actividad consiste en que los alumnos, de forma individual o por parejas, reduzcan al máximo todas ellas efectuando las operaciones que sean necesarias, antes de recortar las tarjetas. Una vez terminada esta labor, y tras contrastar los resultados con los de algún otro compañero, se recortan las fichas y se busca una nueva disposición para colocarlas de manera que coincidan los lados en los que las expresiones simplificadas sean las mismas (García Azcárate, 2011).

De esta forma los alumnos asimilan la idea de que un mismo polinomio se puede expresar de diversas maneras en función de grado de desarrollo, y que para poder compararlos e identificar su similitud es conveniente reducirlos completamente.

5.7.4.20. Valores ocultos

Contextualización: 2º ESO / 2ª Evaluación / Unidad didáctica 5

Contenidos: Sistemas de ecuaciones.

Se pretende a iniciar a los alumnos en los sistemas de ecuaciones de primer grado de forma amena, de forma atractiva para que se olviden de las posibles dificultades que puedan surgir y no sientan rechazo por los sistemas de ecuaciones, que a simple vista pueden parecer complicados. Para conseguir este objetivo, se plantea la presente actividad como un juego de acertijos que circulan por internet, en los que hay que calcular el valor que tiene cada figura para que se cumplan todas las igualdades, es decir, resolver un sistema de ecuaciones.

Los alumnos se colocan por grupos de tres, y van representando los sistemas de ecuaciones que plantea el profesor con objetos que tengan a mano como bolígrafos, lapiceros, rotuladores, gomas de borrar, cuadernos y demás material escolar, o bien con policubos de distintos colores, legumbres de distintos tipos, etc. A partir de ese planteamiento deben calcular el valor de cada uno de los dos elementos que hayan empleado.

Por ejemplo, si los alumnos utilizan rotuladores y gomas, el profesor plantea lo siguiente, y los alumnos deben hallar el valor de los dos objetos:

- Igualdad 1: Rotulador + Goma – Rotulador = 18
- Igualdad 2: Goma + Goma + Rotulador = 39

En realidad, se les está planteando el siguiente sistema de ecuaciones de primer grado:

- Ecuación 1: $x + y – x = 18$
- Ecuación 2: $y + y + x = 39$

Se puede ir alternando el planteamiento de los sistemas de ecuaciones utilizando materiales que tengan en el aula, con la presentación en forma de tarjetas con otro tipo de símbolos. De este modo, el mismo sistema que se ha planteado anteriormente, tendría este formato:

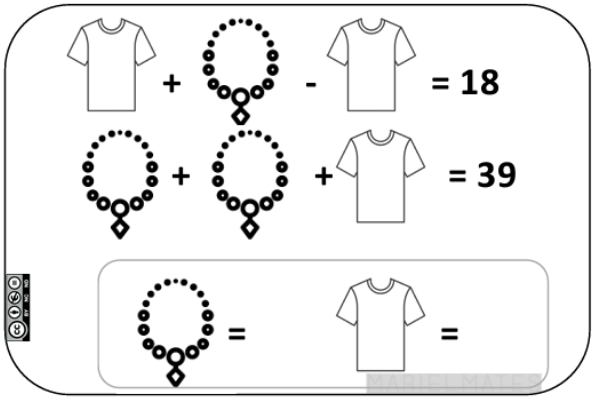

Figura 23: Tarjeta sistemas de ecuaciones
Fuente: (Mariel, 2019)

Los alumnos deben registrar en sus cuadernos la solución a la que lleguen en su grupo para cada sistema planteado. A medida que van practicando y asimilando las bases necesarias, el profesor debe ir aumentando el grado de dificultad de las ecuaciones, por ejemplo, intercalando objetos y símbolos con números en ambos lados de la igualdad.

5.7.4.21. Que comience la función

Contextualización: 2º ESO / 2ª Evaluación / Unidad didáctica 6

Contenidos: Concepto de función y formas de representarla.

En esta actividad los alumnos se agrupan de cuatro en cuatro. Uno de ellos comienza a caminar o a correr siguiendo una línea recta, bien sea en clase o en el patio, y se va deteniendo en distintos puntos, cuando le indique uno de sus compañeros, que está con el cronómetro. Este compañero que mide el tiempo, va parando el cronómetro cada vez que transcurre el intervalo que han acordado, por ejemplo, cada 2 segundos. En cada una de estas paradas, otro compañero mide la distancia recorrida con la cinta métrica o contando los pasos, y un cuarto compañero registra en su cuaderno cada pareja de datos de tiempo – distancia.

Una vez terminada la parte de recogida de datos en una tabla, trabajando en grupos tienen que representar en sobre los ejes las coordenadas de cada punto obtenido, siendo conscientes de que para cada valor de X existe un único valor posible de Y, que es la base de una función. Además, dado que la velocidad del compañero que iba andando es probable que fuese constante, se pide que traten de obtener la expresión de la función que se cumple en todos los puntos obtenidos.

Tras todo el proceso, los alumnos comprenden el concepto de función y la relación entre la variable independiente y la dependiente, además de haber trabajado con distintas formas de representar o expresar una función.

5.7.4.22. No confíes en la suerte

Contextualización: 2º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 7

Contenidos: Probabilidad.

Esta actividad pretende que los alumnos sean conscientes de que no todo depende de la suerte, sino que incluso detrás de los fenómenos aleatorios existe una probabilidad de ocurrencia asociada a cada uno de los posibles resultados.

Para desarrollar esta dinámica, se dispone de materiales relacionados con juegos de azar como dados, barajas de cartas o monedas. Los alumnos se colocan por parejas y comienzan utilizando uno de los materiales, para posteriormente ir rotando hasta haber trabajado con todos ellos.

Durante el desarrollo, uno de los alumnos realiza tiradas con el material correspondiente, mientras el otro registra los resultados, hasta llegar a un número representativo de rondas, no inferior a cincuenta. Una vez terminada esta parte, deben calcular el porcentaje que representa cada uno de los posibles resultados tras cada intervalo de cinco tiradas, o las que se decida establecer. Por ejemplo, puede ser que en la tirada cinco haya salido cara el 80% de las veces, pero que en la tirada diez represente el 60%.

Posteriormente, se indica a los alumnos que deben calcular la probabilidad teórica en cada caso, mediante la regla de Laplace, y compararlos con los resultados obtenidos de las distintas experiencias realizadas en los distintos intervalos establecidos. Seguramente, a mayor número de tiradas, los resultados reales se asemejan más a la probabilidad teórica, por lo que el aprendizaje fundamental en este caso es que, cuantas más veces llevas a cabo un experimento aleatorio, es más probable que se cumplan las predicciones de probabilidad, aunque también pueden no cumplirse.

5.7.4.23. Estructuras geométricas

Contextualización: 2º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 8

Contenidos: Figuras geométricas espaciales.

Los alumnos de niveles académicos bajos, como pueden ser los primeros cursos de la educación secundaria, no suelen tener desarrollada la visión espacial y tienen problemas para entender y concebir la forma real de algunos cuerpos geométricos. Esto puede derivar en problemas con otros conceptos fundamentales como el desarrollo plano o el volumen de las figuras.

Esta actividad se plantea para compensar las posibles carencias relacionadas con dicha falta de visión espacial, ya que los alumnos construyen realmente las estructuras de las figuras en tres dimensiones, lo que les permite comprender su desarrollo y las partes que la forman durante la construcción, y verlas desde todos los ángulos una vez que están construidas.

Utilizando materiales como plastilina y palillos o pajitas, los alumnos construyen, de forma individual o por parejas, los cuerpos geométricos que propone el profesor (Pardos & Rabinal, 2022).

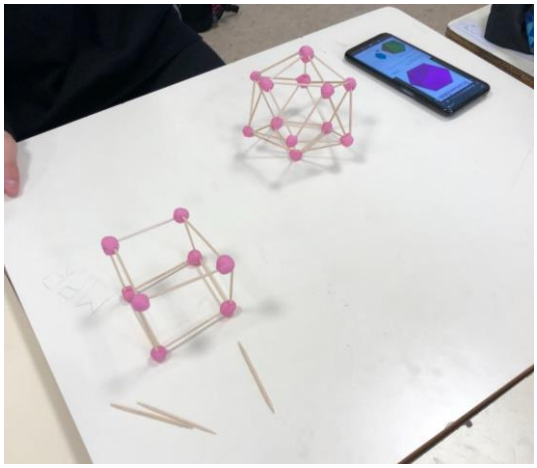

Figura 24: Construcción de estructuras geométricas

Fuente: (Pardos & Rabinal, 2022)

Tras la construcción de las figuras propuestas, cada alumno registra los resultados utilizando la tabla propuesta por el profesor, que tiene un formato similar a esta:

Tabla 27: Características de estructuras geométricas

Estructura	Nombre	Nº de caras	Nº de nudos (vértices)	Nº de barras (aristas)	Rigidez	Forma de las caras	Nº de barras en cada uno
1							
2							
3							
4							
5							

Fuente: (Martín, 2017)

5.7.4.24. Lo importante está en el interior

Contextualización: 2º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 8

Contenidos: Volúmenes de figuras espaciales.

En muchas ocasiones la apariencia exterior puede llevar a equivocaciones, ya que hace que generes una imagen del interior que no es la correcta. Esto es lo que ocurre con algunas figuras geométricas, que por su forma pueden parecer mucho mayores o menores que otras, cuando en realidad su volumen es el mismo, o es lo contrario de lo que se puede imaginar.

En esta actividad se pretende que los alumnos, organizados en grupos de tres o cuatro personas, experimenten y comprueben de primera mano el volumen que tienen las distintas figuras y las relaciones que existen entre ellas. Para ello se utilizan figuras rellenables hechas con material plástico como las que aparecen en la siguiente imagen, que van rotando por los grupos de alumnos de forma organizada, y que son rellenadas de agua, arena, legumbres de pequeño tamaño, u otros materiales que se adapten bien a las formas que tienen las figuras.

Figura 25: Cuerpos geométricos rellenables
Fuente: (Martín, 2017)

Durante la realización de la actividad, hay una primera parte en la que los alumnos miden el volumen de cada figura mediante la utilización de probetas graduadas u otros envases que permiten medir el volumen que cabe en cada figura. Posteriormente calculan el volumen de forma teórica a partir de las dimensiones de cada figura, y realizan una comparación entre los resultados experimentales y los teóricos, que debe quedar registrada en el cuaderno de trabajo.

La segunda parte de la actividad consiste en trasvasar el contenido de unas figuras a otras que se sabe que cumplen una relación determinada, y medir la parte de contenido que sobra o que falta en la otra figura. Por ejemplo, relaciones como las existentes entre el volumen de un prisma y un cilindro cuyas bases tienen la misma superficie, un prisma y una pirámide con la misma base y la misma altura, un cilindro y un cono con la misma base y la misma altura, y algunas otras conocidas (Siguero & Hormiga, s. f.).

Además, esta actividad contribuye en gran medida a la mejora de la visión espacial, ya que muchos alumnos de estos niveles carecen totalmente de ella y necesitan representaciones tridimensionales para comprender la forma que tienen realmente las figuras geométricas espaciales.

5.7.4.25. Midiendo a bastonazos

Contextualización: 2º ESO / 3ª Evaluación / Unidad didáctica 9

Contenidos: Teorema de Tales.

Esta actividad consiste en la aplicación del Teorema de Tales, considerado uno de los siete sabios de Grecia. Famoso principalmente por su teorema que, según la tradición, le permitió calcular la altura de la pirámide de Keops utilizando únicamente su bastón (Pardos & Rabinal, 2022).

Tales observó la sombra que el sol hace que proyecten los objetos sobre el suelo y que, para un mismo instante y lugar, el ángulo de incidencia de los rayos del sol es el mismo sobre todos los objetos. A partir de este fundamento, dedujo que debía de existir una relación de proporcionalidad directa entre cada objeto y su sombra, por lo que, con la relación existente entre la altura de su bastón y la sombra del mismo, obtuvo la altura de la pirámide a partir de la longitud de su sombra, incluyendo la longitud de la mitad de la base (Pardos & Rabinal, 2022).

$$\frac{\textit{Altura de la pirámide}}{\textit{Sombra de la pirámide}} = \frac{\textit{Bastón}}{\textit{Sombra del bastón}}$$

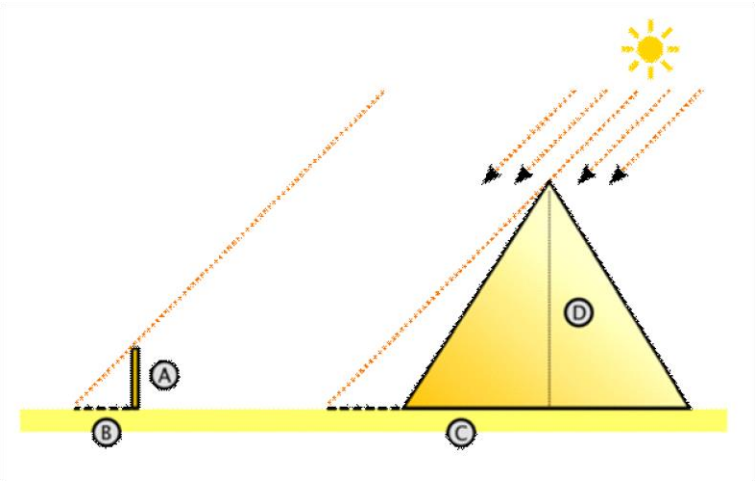

Figura 26: Torre de Keops y bastón de Tales
Fuente: (Pardos & Rabinal, 2022)

La actividad que se propone consiste en bajar al patio en un día soleado para que los alumnos obtengan de manera indirecta la altura de algunos elementos, como canastas, porterías, farolas, árboles, etc, relacionando la longitud de la sombra de cada uno de estos elementos con la proporcionalidad que guarda la altura de uno de sus compañeros con su propia sombra. De esta forma, mediante la aplicación del Teorema de Tales, aplicando esa proporcionalidad que han obtenido con la altura y la sombra del compañero a la sombra del objeto, obtienen la altura del mismo. Como no se dispone de cintas métricas, se les indica que midan las sombras con pies u otro elemento de referencia cuya longitud se pueda medir, y luego hagan la conversión necesaria.

Cada grupo debe plasmar en la ficha que se les entrega, los datos y el procedimiento que han seguido para obtener el resultado, todo debidamente explicado y razonado.

5.7.5. Evaluación del alumno

5.7.5.1. Evaluación inicial

La evaluación inicial es el diagnóstico de la situación para conocer el punto de partida de los alumnos y poder diseñar las actividades y demás instrumentos de evaluación en base a ello. Se compone de una pequeña prueba escrita consistente en ejercicios competenciales y de lógica, según el modelo de los que se realizan en el estudio PISA, y de la realización de forma breve de algunas actividades propias del nivel anterior, ya superado por los alumnos, para ver lo que realmente han interiorizado y retenido. Esta evaluación se debe hacer sobre las competencias y habilidades que presenten los alumnos, y no sobre los contenidos que puedan haber adquirido previamente.

De esta forma se puede abordar el proceso educativo con garantías y en base al nivel real del alumnado, además de prever y anticipar ajustes individuales y subsanar retrasos escolares.

La evaluación inicial no es más que el comienzo de un proceso ininterrumpido de mejora mediante observación, reflexión, y evaluación continua, que se completa con la evaluación final, cuyas conclusiones sirven de retroalimentación y mejora del proceso.

5.7.5.2. Procedimientos e instrumentos de evaluación

La evaluación de los alumnos se realiza en base a una serie de evidencias que el docente va recopilando a lo largo de las sesiones de clase, y que debe ir registrando. Estas evidencias, necesarias para la evaluación, se obtienen a partir de los distintos tipos de instrumentos, que se diseñan con este objetivo, y en este apartado se incluyen los que se propone utilizar para la evaluación de los alumnos en este proyecto. Se incluye la rúbrica de evaluación en el Anexo 1.

Observación en el aula

La observación de los alumnos en el aula por parte del profesor se produce en todas las fases del proyecto, por lo que es un instrumento de gran importancia, y uno de los que mejor permite hacer un seguimiento de la evolución del estudiante y de su actitud.

Esta observación comienza tras la parte que el alumno debe hacer de forma autónoma mediante clase invertida, ya que luego en clase se debe valorar si la ha realizado y con qué actitud, en base a sus aportaciones durante el repaso de la misma y a las dudas que le haya suscitado. Posteriormente, se debe continuar registrando los comportamientos y actitudes durante la realización de las actividades participativas y la resolución de problemas, así como su implicación en los trabajos y proyectos que se vayan realizando, e incluso durante las dinámicas diseñadas para la evaluación del proyecto.

Actividades participativas

Este instrumento permite evaluar en base al procedimiento y los resultados que obtienen los alumnos de las actividades que implican la utilización de materiales manipulativos, que se desarrollan durante las sesiones de clase de forma grupal, o individual en ciertas ocasiones.

Durante la realización de la actividad, los alumnos van registrando los resultados que van obteniendo en su cuaderno de trabajo, y en algunas actividades también se pide que rellenen y entreguen una ficha por cada grupo sobre la misma.

Problemas, retos, trabajos y proyectos

En este caso los instrumentos consisten en los registros que realiza el alumno tras las sesiones dedicadas a la resolución de problemas de forma autónoma, además de los trabajos y proyectos que se realizan fuera de las sesiones lectivas, de forma individual o grupal, según cada caso.

Pruebas escritas

Se realizan pruebas escritas con un formato similar a los problemas de resolución autónoma, y con preguntas basadas en teoría, pero aplicadas a situaciones reales en las que hay que aplicar la lógica

En estas pruebas se evalúa el grado de adquisición y comprensión de los contenidos que se han ido trabajando mediante otros instrumentos, y la capacidad del alumno para llevarlos a la práctica para la resolución de problemas y situaciones propuestas.

5.7.5.3. Criterios de evaluación

La evaluación se lleva a cabo en base a los criterios de evaluación que vienen recogidos en el currículo vigente para la asignatura de Matemáticas en cada uno de los cursos que son objeto de este proyecto.

Estos criterios corresponden con los que se incluyen dentro de cada una de las unidades didácticas que se han diseñado para este proyecto, además de los criterios pertenecientes al *Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes matemáticas* de cada uno de los cursos, que no se han asignado a ninguna de las unidades didácticas por ser genéricos en su mayoría y comunes a todas ellas.

5.7.5.4. Criterios de calificación y corrección

A partir de las evidencias recogidas mediante los instrumentos de evaluación, se establecen las distintas calificaciones. A continuación, se exponen los principales criterios de calificación y corrección que se aplican para su obtención.

Observación en el aula

Participa en el desarrollo de las dinámicas de clase.

Muestra predisposición por responder preguntas y resolver los problemas propuestos.

Utiliza correctamente los conceptos y el vocabulario matemático para transmitir y solicitar información.

Lleva la materia al día, y tiene un registro escrito y ordenado de los contenidos.

Interactúa de forma positiva con otros compañeros, de manera que contribuye a que el grupo pueda avanzar de forma conjunta.

Aplica de manera espontánea o en contextos cotidianos los aprendizajes.

Actividades participativas

Comprende lo que se le pide tras la explicación de la actividad.

Participa activamente y hace que el resto del grupo se implique y participe.

Domina los contenidos básicos sobre los que se fundamenta la actividad.

Presenta la ficha de la actividad o la registra en su cuaderno de trabajo, de forma adecuada y acorde al contenido de la misma.

Problemas, retos, trabajos, proyectos y pruebas escritas

Comprende lo que se le pide de forma autónoma tras leer el enunciado.

Elabora las ideas y las respuestas de forma adecuada.

Comunica la información matemática de manera clara y precisa.

Presenta las pruebas con un formato correcto.

No incurre en faltas ortográficas, ni gramaticales en general.

Alcanza lo requerido en cada criterio de evaluación.

5.7.5.5. Obtención de la calificación final

El peso de cada instrumento en la calificación de cada evaluación es el siguiente:

Tabla 28: Peso en la calificación final de los instrumentos

INSTRUMENTO	% CALIFICACIÓN
Actividades participativas	30%
Problemas, retos, trabajos y proyectos	30%
Pruebas escritas	30%
Observación en el aula	10%

Fuente: Elaboración propia

Cuando se realizan varias pruebas, actividades, trabajos o proyectos dentro de un instrumento en la misma evaluación, se reparte el peso de dicho instrumento de forma equitativa entre cada una de ellas, es decir, que se aplica el peso correspondiente a la nota media de cada uno de los instrumentos.

En cada evaluación se debe realizar al menos una prueba, trabajo o actividad dentro de cada instrumento, aunque es recomendable que sean más.

La nota final de la evaluación se calcula aplicando el peso de cada instrumento a la nota media obtenida en el mismo. Para superar la evaluación, esta nota final debe ser igual o mayor que 5.

La nota final de curso se calcula como la media de las que se hayan obtenido en cada una de las tres evaluaciones. Si la calificación resultante es igual o mayor que 5, se considera aprobada la asignatura.

Se valora positivamente el empleo del lenguaje matemático acorde a cada nivel. Las faltas de ortografía cometidas de forma reiterada afectan a la calificación obtenida en el instrumento en el que se produzcan.

5.7.6. Evaluación del proyecto

En esta última fase del proyecto, se pretende desarrollar un método compuesto por herramientas de distinta naturaleza para la recogida y el análisis posterior de diversas tipologías de datos, que arroje unos resultados precisos y personalizados, y permita hacer un seguimiento de la evolución del desempeño de los alumnos con las nuevas metodologías didácticas.

El poder de este método está en la obtención de una retroalimentación sobre la implantación de las nuevas metodologías y el uso de los distintos materiales, con diversas fuentes de datos que la hacen variada y completa, además de la posibilidad de mejora continua que permite ir realizando retoques y modificaciones en función de las respuestas y resultados de los propios alumnos.

5.7.6.1. Metodología para el análisis de la implantación

El método que se propone para la obtención y análisis de los resultados durante la implantación del proyecto de innovación educativa, se basa en un diseño mixto con estatus dominante del enfoque cualitativo, relacionado con un paradigma de investigación cognitivista, siendo concurrente con el enfoque cuantitativo (Langa, 2022b).

Cualitativamente, el objetivo es comprobar si la introducción de estas metodologías educativas innovadoras hace que los alumnos tengan un mayor interés por los contenidos de la asignatura de matemáticas, aumenta su atención durante las sesiones, mejora sus competencias y habilidades relacionadas con la materia, aumenta el nivel de implicación y participación en las actividades, u otros indicadores similares. En

conjunto, se trata de saber si su aplicación mejora la opinión y produce mejores sensaciones en los alumnos, frente a la experiencia con métodos puramente instructivos.

Cuantitativamente, el estudio se apoya en los resultados que obtienen los alumnos en los distintos instrumentos de evaluación y calificación que realizan a lo largo del curso, o en cualquier otra fuente con resultados estadísticos y objetivos. Destacar que la parte cuantitativa cumple el rol de anidada, ya que las conclusiones del estudio no surgirán a partir estos resultados, sino que se tendrán en cuenta como un factor más del enfoque cualitativo, para analizar si la evolución del alumno en los distintos instrumentos de la asignatura refuerza las sensaciones que transmite, o si no guardan una relación directa.

5.7.6.2. Herramientas para la recogida de información

Se utilizan distintas herramientas y técnicas de recogida de información para conocer la evolución de los alumnos y sus preferencias por unas u otras metodologías didácticas, teniendo en cuenta la mayor cantidad de factores. Estas pruebas se realizarán, al menos, al inicio del curso y al finalizar cada una de las evaluaciones del mismo.

Observación en el aula

Mediante la observación participante por parte del profesor en situaciones naturales del normal desarrollo de las sesiones, se vigila si hay un cambio en el alumno en cuanto a atención y participación en el desarrollo de las mismas, implicación en las actividades que se proponen, o relación con el resto de compañeros, y en qué grado se produce esta evolución en cada caso, en términos de ocurrencia, frecuencia y duración.

Cuestionarios individuales

Se realizan cuestionarios individuales a los alumnos sobre las metodologías de participación activa que se han utilizado durante las sesiones de la asignatura. Deben hacerse antes de las sesiones de grupos focales, para que no se vean influenciados por las opiniones de otros compañeros.

Los cuestionarios cuentan con una combinación de:

- Preguntas con respuestas cerradas de respuesta única / Preguntas tipo test: Se trata de, por un lado, preguntas con respuesta binaria (Sí/No) como por ejemplo si le gusta, si le resulta fácil de comprender, si se siente cómodo cuando se pone en práctica, si capta su atención, etc, y, por otro lado, cuestiones en las que debe elegir una valoración para cada metodología, actividad o experiencia de las que se proponen, dentro de la escala que se le ofrece (1/2/3/4/5).
- Preguntas con respuestas cerradas de respuesta valorativa: El alumno debe ordenar de mayor a menor, en función de una serie de criterios que se indican, las opciones que se le ofrecen sobre metodologías, actividades o materiales.
- Preguntas con respuestas abiertas: Se deja total libertad al alumno para dar su punto de vista y aportar ideas, soluciones o mejoras, sobre los temas planteados.
- Ejercicios cortos y preguntas diseñadas para evaluar el grado y la evolución de la adquisición de las competencias y habilidades que están más relacionadas con la materia, tomando como referencia las colecciones de preguntas liberadas de informes PISA.

Grupos focales / Entrevistas

Sesiones en las que el profesor va guiando la conversación para que los alumnos expresen su opinión y sensaciones sobre el empleo de metodologías activas, o cualquier otro aspecto relacionado del que sea relevante obtener una retroalimentación por parte de ellos.

Se pueden complementar con entrevistas individualizadas, por ejemplo, con los alumnos que no participen en la dinámica grupal, ya que a algunos les cuesta expresarse en público y es importante conocer la opinión de todos.

Instrumentos de evaluación y calificación de la asignatura

Los instrumentos que se utilicen para evaluar y calificar a los alumnos a lo largo del curso en esta asignatura, tales como pruebas escritas, trabajos, proyectos o actividades, se tendrán en cuenta como parte cuantitativa para hacer un seguimiento y ver si los resultados acompañan y refuerzan lo que los alumnos transmiten en el resto de herramientas utilizadas en el estudio.

5.7.6.3. Análisis de la información

Herramientas de observación en el aula o de resultados de instrumentos

Deben servir para analizar la evolución de la actitud y de los resultados de cada alumno desde la aplicación de estas metodologías, con respecto a los resultados anteriores cuando se aplicaban exclusivamente metodologías expositivas. Se utilizan para analizar si existe una relación directa entre estos resultados y las opiniones y sensaciones que transmite el alumno en el resto de herramientas del estudio. Se establecen niveles de mejora o empeoramiento de las calificaciones, en escalones del 10%, para ver los alumnos que se sitúan dentro de cada nivel, y cómo van saltando de uno a otro.

Herramientas que ofrecen resultados cerrados

Permiten realizar recuentos de las respuestas más elegidas, o establecer clasificaciones. Estos resultados son útiles para conocer las actividades, experiencias, metodologías y materiales que tienen mayor éxito, y realizar modificaciones en base a las preferencias de los alumnos.

Herramientas de respuesta abierta y debates grupales

Permiten saber opiniones y puntos de vista personales de cada alumno, de los que se extraen ideas o sugerencias que permiten modificar y mejorar el diseño y la aplicación de las dinámicas.

Respecto a los resultados de estas herramientas, tanto las de respuesta abierta como las de respuesta cerrada, se deben definir tramos con distintos niveles de importancia de los resultados. Por ejemplo, si más del 50% de la clase comparte la misma opinión, positiva o negativa, sobre un aspecto, deberán aplicarse modificaciones en el proyecto, y si es entre el 25 y el 50% se tendrá en observación para ver si esas opiniones y sensaciones de los alumnos se mantienen en el tiempo tras las experiencias que vendrán posteriormente.

6. CONCLUSIONES

6.1. CONCLUSIONES E IDEAS FUNDAMENTALES

La enseñanza de matemáticas con metodologías instructivas que se ha utilizado tradicionalmente, las cuales no implican al alumnado y ni le hace participar de forma activa en el aprendizaje, puede ser una de las principales causantes de los malos resultados que se obtienen en esta materia y de las dificultades que supone para muchos estudiantes.

La implantación de un proyecto de innovación educativa, basado en el empleo de metodologías de participación activa y materiales manipulativos para la enseñanza de matemáticas en los primeros cursos de educación secundaria, puede contribuir a mejorar la situación, ayudar a interiorizar realmente los conceptos matemáticos, y producir cambios en el comportamiento, las sensaciones y los resultados de los alumnos en la materia.

El proyecto que se propone en este trabajo supone una novedad debido a que se concibe como una solución completa, a diferencia de la mayoría de propuestas que existen en este ámbito, las cuales se limitan a ofrecer un conjunto de actividades y recursos más o menos relacionados con un tema o encaminados a un objetivo.

La solución que se propone en este trabajo representa un proyecto integral e integrador, que engloba aspectos como los contenidos y competencias, la secuenciación de los mismos, el planteamiento de instrumentos para el desarrollo del proyecto en distintas fases en base a las metodologías propuestas, o la evaluación académica y la del propio proyecto, permitiendo esta última que se produzca un proceso de retroalimentación y mejora continua hasta conseguir un resultado perfeccionado y adaptado.

La contribución personal y original que se aporta en este proyecto, adquiere una mayor relevancia en los siguientes puntos:

- Diseño, secuenciación y temporalización de unidades didácticas: Las unidades didácticas propuestas en el proyecto para el desarrollo del mismo en los cursos de 1º y 2º de ESO se diseñan de forma original para conseguir una secuenciación de los contenidos que favorezca la adquisición de los conceptos fundamentales de forma gradual y se formen unas bases sólidas.
- Diseño de actividades con materiales manipulativos: Aunque la idea inicial de algunas de las actividades que se incluyen en el proyecto surge a partir de otras existentes, éstas se rediseñan para adaptarse a los contenidos que se consideran más relevantes, y más convenientes en cada momento, dentro de las distintas unidades didácticas propuestas.
- Secuenciación de actividades con materiales manipulativos: Propuesta precisa de la integración de cada una de las actividades dentro de las unidades didácticas, ya que están pensadas para interiorizar conceptos concretos en momentos determinados.
- Planteamiento y secuenciación de fases de desarrollo, evaluación y mejora: Cada una de las fases del desarrollo del proyecto se diseña a medida, indicando las metodologías e instrumentos que deben utilizarse en cada caso, y cómo se aprovechan los productos obtenidos para la evaluación y mejora continua del proyecto, ambas diseñadas a conciencia para que los resultados sean realmente útiles para los alumnos y para el proyecto.

6.2. CONSECUCIÓN DE LOS OBJETIVOS PLANTEADOS

A modo de recordatorio, este proyecto cuenta con un objetivo principal y otros tres objetivos concretos, que permiten desgranar el principal para que su consecución sea más fácilmente alcanzable.

El primero de los tres objetivos concretos, consistente en el diseño de una secuenciación de actividades a lo largo de las unidades didácticas, se considera como alcanzado, ya que sí que se refleja en el presente documento la propuesta y secuenciación de las mismas de forma detallada y aplicable en el contexto del aula en la realidad.

En cuanto a los otros dos objetivos concretos, siendo el segundo la puesta en práctica del proyecto en la realidad del aula para registrar evidencias y aplicar el sistema de evaluación y mejora continua, y el tercero conseguir un método preciso y refinado a partir la mejora continua que permite la retroalimentación, se considera muy factible que sean alcanzables, basándose en la teoría y en las experiencias existentes, pero no se pueden dar por conseguidos hasta que el proyecto no se aplique en la realidad.

En cuanto al objetivo principal del proyecto, que es la contribución en la mejora de la enseñanza de matemáticas a través de un proyecto que cambie la situación actual y reducir las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, no se puede valorar su grado de consecución hasta que no se pueda llevar a la realidad la implantación del proyecto, tras la cual se podrá verificar la secuencia completa de objetivos concretos que dará lugar al comienzo del objetivo principal.

6.3. LIMITACIONES DEL PROYECTO

La principal limitación del proyecto es la necesidad de que el centro apueste realmente por llevarlo a cabo con éxito y dedique al mismo todos los recursos que sean necesarios, además de que el personal docente responsable del mismo esté realmente implicado. Si no hay una voluntad real por parte de todos, es fácil que comience a fallar en varios aspectos y se quede en una simple colección de actividades innovadoras, que se realizan dentro de un sistema de educación tradicional.

Otra limitación importante está en el número de alumnos que participan en las sesiones que se han diseñado. Aunque se ha tenido en cuenta en el diseño la ratio de alumnos que suele haber en las aulas, los materiales y recursos suelen ser escasos. Es por esto por lo que buena parte de las actividades se realizan por grupos, así todos los alumnos pueden hacer uso de los mismos al mismo tiempo.

Si fuese posible reducir estas ratios se mejoraría la atención y el seguimiento del docente sobre cada alumno, además de que habría recursos disponibles para todos ellos, y se podría decidir la realización de cada actividad de forma individual o en grupo en función de las características de la misma, y no por la limitación de los materiales que requiere.

6.4. PROSPECCIÓN / LÍNEAS DE ACCIÓN Y MEJORA FUTURA

Como ya se ha comentado anteriormente, dentro del alcance del presente proyecto no está prevista su implantación en un centro educativo real. Sin embargo, dado que dicha implantación sería completamente viable y factible, y de hecho es la finalidad para la que se elabora el proyecto, se define en este apartado la prospección del mismo.

Previamente al comienzo del estudio y al tratamiento de cualquier dato de carácter personal, principalmente los relativos a los alumnos, se debe contar con todas las autorizaciones necesarias, tanto del centro como de los padres o tutores de los alumnos,

y en todo momento se respetará la privacidad de la identidad de los participantes de manera que no se les pueda identificar de ningún modo.

Una vez que se ponga en marcha el proyecto, se debe poner especial atención en que todas las actividades, trabajos, problemas, etc, se lleven a cabo como está previsto en este proyecto, con los materiales indicados u otros similares que sean adecuados, y en el orden dispuesto en función de la secuenciación de las unidades didácticas. Al mismo tiempo, es necesario ir recogiendo la información necesaria con los distintos instrumentos previstos, en base a los que se lleva a cabo la evaluación.

La retroalimentación recibida a partir de los resultados de cada experiencia llevada a cabo debe servir para la mejora del proyecto, de forma que su nueva versión mejorada se adapte un poco mejor que la anterior a las cualidades y preferencias de los participantes, y que proporcione mejores resultados de aprendizaje.

Este modelo de proyecto se puede extrapolar a otras materias, o a cursos superiores de la asignatura de matemáticas. Aunque seguramente no es aplicable para cursos de nivel alto y más académicos como los de Bachillerato, sí que puede ser compatible con los cursos superiores de la ESO, pero en menor medida que los cursos iniciales en los que se aplica en este Trabajo Fin de Máster.

Por lo tanto, el siguiente paso en la evolución de este proyecto deberá ser su adaptación a las materias de matemáticas de 3º de ESO, y a otras materias científicas de los cursos iniciales de la ESO, por coincidencia en el ámbito científico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alba. (2021, diciembre 10). Policubos – Potencias. Recuperado de Mucho Más Que Matemáticas website: https://muchomasquematematicas.com/2021/12/10/policubos-potencias/

Allueva, O. (2018, febrero 28). Lab. De matemáticas: Números enteros con tapones. Recuperado de Del pupitre a las estrellas website: https://www.delpupitrealasestrellas.com/lab-de-matematicas-numeros-enteros-con-tapones/

Bruno, A., & García, J. A. (2004, marzo). Futuros profesores de primaria y secundaria clasifican problemas aditivos con números negativos. *RELIME, 7*(1), 25-48.

Bustos Ortiz, J. (2015, junio). Área y perímetro con pentominó. Recuperado de Compartir palabra maestra website: https://www.compartirpalabramaestra.org/matematicas/area-y-perimetro-con-pentomino

Campos Puente, D. (2020). *Materiales manipulativos y resolución de problemas en geometría para educación secundaria* (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Valladolid.

de la Rosa Sánchez, J. M. (2021, diciembre 27). Juego de barcos para aprender los ejes cartesianos. Recuperado de Actiludis website: https://www.actiludis.com/2021/12/27/juego-barquitos-cartesianos/

Departamento de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de Aragón. (2016). *Orden ECD/489/2016, de 26 de mayo, por la que se aprueba el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón.*

Departamento de Educación, Cultura y Deporte. Gobierno de Aragón. (2022). Normativa ESO. Recuperado de https://educa.aragon.es/en/-/normativa-eso

Dropshipping toy. (2022). Geoboard de madera. Material manipulativo matemático. Recuperado de Joom website: https://www.joom.com/es/products/61274088724047012fad7e22

El amasadero. (2022). Mezcla de legumbres tostadas y saladas. Recuperado de El amasadero website: https://www.elamasadero.com/1330-mezcla-de-legumbres-tostadas-y-saladas-150-g.html

Europa Press. (2019, diciembre 3). España empeora en matemáticas y ciencias en el Informe PISA, situándose por debajo de la media de los países de la OCDE. *Europa Press - Sociedad*. Recuperado de https://www.europapress.es/sociedad/educacion-00468/noticia-espana-empeora-matematicas-ciencias-informe-pisa-situandose-debajo-media-paises-ocde-20191203085939.html

Gallego Castillo, M. Á. (2022). Pentominos. Recuperado de Geligallego website: https://www.pinterest.es/geligallego/pentominos/

Gamboa Araya, R., & Ballestero Alfaro, E. (2010, diciembre). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, *XIV*(2), 125-142.

García Azcárate, A. (2011, marzo 8). Puzzle blanco de polinomios. Recuperado de https://anagarciaazcarate.wordpress.com/2011/03/08/puzzle-blanco-de-polinomios/

Ginés y Maribel. (2020, noviembre 7). Manipulativo llavero unidades de medida. Recuperado de Orientación Andújar website: https://www.orientacionandujar.es/2020/11/07/manipulativo-llavero-unidades-de-medida/

Jefatura del Estado. (2020). *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación*.

Klara. (2019, noviembre 4). Ideas de activades para trabajar con el set de policubos. Recuperado de Mumuchu website: https://www.mumuchu.com/blog/actividades-policubos-edx-education/

Langa, E. (2022). *El trabajo experimental en el área de ciencias*. Presentado en Universidad San Jorge. Universidad San Jorge.

Llanas, C. (2022). *Apuntes de la asignatura «Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad»*. Universidad San Jorge.

Llena Cortés, A. (2017). *Enseñar geometría en segundo curso de Educación Secundaria: El uso del material manipulativo* (Trabajo Fin de Máster). Universidad Internacional de La Rioja.

Llica, M. H. (2022, junio). Explicación del Teorema de Pitágoras. Recuperado de Mivispace website: https://www.instagram.com/p/CeUr1twlLpD/

Manipula y aprende. (2021, febrero 20). ¿Qué son materiales manipulativos? Recuperado de Manipula y aprende website: https://www.manipulayaprende.com/post/643676379566735360/qu%C3%A9-son-materiales-manipulativos

Mariel. (2019, enero 21). Actividades para sistemas de ecuaciones. Recuperado de Las mates de Mariel website: https://marielmatesblog.wordpress.com/2019/01/21/actividades-para-sistemas-de-ecuaciones/

Marqués, S. (2020a, diciembre 8). TIMSS 2019: Singapur, inalcanzable. España, sin avances en los últimos cuatro años. *Magisterio*. Recuperado de https://www.magisnet.com/2020/12/timss-2019-singapur-inalcanzable-espana-sin-avances-en-los-ultimos-cuatro-

anos/#:~:text=El%20%C3%BAltimo%20informe%20TIMSS%2C%20realizado, referencia%20de%20la%20IEA%20(Singapur

Marqués, S. (2020b, diciembre 15). España y las matemáticas: Tenemos un problema. *Magisterio*. Recuperado de https://www.magisnet.com/2020/12/espana-y-las-matematicas-tenemos-un-problema/

Martín, M. (2017). *Manipulativos en secundaria*. Recuperado de www.aprendiendomatematicas.com

Martín, M. (s. f.). Una actividad de geometría con policubos. Recuperado de Aprendiendo matemáticas website: https://aprendiendomatematicas.com/actividad-geometria-con-policubos-plantillas/

Math-Drills. (2022). Fractions Worksheets. Recuperado de Math-Drills website: https://www.math-drills.com/fractions.php

Pardos, L., & Rabinal, M. (2022). *Matemáticas ESO*. Salesianos «Ntra. Sra. del Pilar».

Pertusa Mirete, J. (2020, abril). Metodologías activas: La necesaria actualización Del sistema educativo y la práctica docente. *Supervisión 21, Revista de educación e inspección*, (56). Recuperado de http://usie.es/supervision-21/

Prades, A. (2019, mayo). Proporción con receta de tarta de chocolate. Recuperado de Smartick website: https://www.smartick.es/blog/matematicas/resolucion-de-problemas/proporcion/

Román Andújar, L. (2018). *Uso de materiales manipulativos para el aprendizaje de la geometría en 1º ESO* (Trabajo Fin de Máster). Universidad Internacional de La Rioja.

Ruiz Domínguez, M. Á. (2019, mayo 23). Ideas para trabajar los ángulos en Primaria de forma manipulativa. *Yo soy tu profe. 20 Minutos*. Recuperado de https://yosoytuprofe.20minutos.es/2019/05/23/ideas-para-trabajar-los-angulos-en-primaria-de-forma-manipulativa/

Sabrina. (2020). Policubos. Parte 1, conceptos básicos. Recuperado de ANDMATHS website: https://andmaths.com/policubos-conceptos-basicos/

Sánchez García, N. (s. f.). *Los materiales manipulativos en la enseñanza de la lengua extranjera* (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Valladolid.

Sara. (s. f.). Policubos: Estadística, combinatoria y probabilidad. Recuperado de Reseteo matemático website: https://reseteomatematico.com/policubos-estadistica-combinatoria-probabilidad/

Siguero, A., & Hormiga, C. (s. f.). *Matemáticas manipulativas en Secundaria y Bachillerato*. Laude Fontenebro School.

Susana. (2018, mayo 27). Sumamos con los policubos. Recuperado de El bosque encantado website: http://aulainfantil-susana.blogspot.com/2018/05/sumamos-con-los-pilocubos.html

Thinkö. (2020). *Qué son las metodologías activas y cómo aplicarlas en el aula*. Recuperado de https://thinkoeducation.com/metodologias-activas/

Tolón, G. (2022). *Apuntes de la asignatura «Aprendizaje y Enseñanza de Ciencias experimentales y Matemáticas» del Máster de profesorado*. Universidad San Jorge.

Torres, A. (2018, noviembre 11). Policubos para aprender tocando en Educación Infantil (y más allá). Recuperado de Mates en casa website: https://www.matesencasa.com/2018/11/11/policubos-aprender-tocando-educacion-infantil/

Virginia G. (2022, marzo 15). Decimales con material manipulativo. Recuperado de Mediateca EducaMadrid website: https://mediateca.educa.madrid.org/video/rd94fbo3w1k6byz6

Wikipedia. (2020). Pentominó. En *Wikipedia*. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Pentomin%C3%B3

ANEXO 1: RÚBRICAS DE EVALUACIÓN

El presente anexo incluye las rúbricas de evaluación que se proponen para la evaluación de los distintos instrumentos contenidos en el proyecto.

Estas rúbricas son aplicables en los apartados en los que sean compatibles de los distintos instrumentos propuestos para el proyecto, sin perjuicio de lo indicado en el apartado “Criterios de calificación y corrección” del presente trabajo.

RÚBRICA PARA OBSERVACIÓN EN CLASE Y ACTIVIDADES

Tabla A-1: Rúbrica para observación en clase y actividades

ASPECTOS	MÁXIMO	INTERMEDIO – ALTO	INTERMEDIO – BAJO	MÍNIMO
PARTICIPACIÓN	Total predisposición para participar en las dinámicas de clase. Ayuda a los compañeros. Intervenciones coherentes y adecuadas. Escucha y respeta a los demás en todo momento.	Buena predisposición para participar en las dinámicas de clase. Ayuda a los compañeros. Intervenciones coherentes y adecuadas. Casi siempre escucha y respeta a los demás.	Poca predisposición para participar en las dinámicas de clase. Apenas ayuda a los compañeros. Intervenciones incoherentes o inadecuadas. Escucha y respeta a los demás esporádicamente.	Nula predisposición para participar en las dinámicas de clase. No ayuda a los compañeros. Intervenciones que no proceden. No escucha ni respeta a los demás.
EXPRESIÓN	Ideas muy elaboradas. Información clara y precisa. Uso generalizado de vocabulario específico.	Ideas elaboradas. Información clara y precisa. Uso aislado de vocabulario específico.	Ideas apenas elaboradas. Información poco clara y precisa. Escaso vocabulario específico.	Ideas básicas, nada elaboradas. Información no es clara y precisa. Ausencia de vocabulario específico.
COMPRENSIÓN	Comprende a la perfección las explicaciones y representaciones.	Comprende las explicaciones y representaciones.	Necesita ayuda para comprender las explicaciones y representaciones.	Es incapaz de comprender las explicaciones y representaciones.
RESULTADOS	Refleja sin problemas la información requerida en la ficha o cuaderno.	Refleja casi toda la información requerida en la ficha o cuaderno.	Necesita ayuda para reflejar la información requerida en la ficha o cuaderno.	No refleja la información requerida en la ficha o cuaderno.

RÚBRICA PARA TRABAJOS, PROYECTOS, PROBLEMAS Y PRUEBAS ESCRITAS

Tabla A-2: Rúbrica para trabajos, proyectos, problemas y pruebas escritas

ASPECTOS	MÁXIMO	INTERMEDIO – ALTO	INTERMEDIO – BAJO	MÍNIMO
CONTENIDO / EXPRESIÓN	Se ajusta a lo que se pide. Ideas muy elaboradas. Información clara y precisa. Uso generalizado de vocabulario específico.	Se ajusta a lo que se pide. Ideas elaboradas. Información clara y precisa. Uso aislado de vocabulario específico.	Se ajusta parcialmente a lo que se pide. Ideas apenas elaboradas. Información poco clara y precisa. Escaso vocabulario específico.	No se ajusta a lo que se pide. Ideas básicas, nada elaboradas. Información no es clara y precisa. Ausencia de vocabulario específico.
ORGANIZACIÓN / FORMATO	Formato excelente y original. Muy buena estructuración de información o imágenes.	Formato correcto y original. Adecuada estructuración de información o imágenes.	Formato correcto y poco original. Escasa estructuración de información o imágenes.	Formato incorrecto y poco original. Nula estructuración de información o imágenes.
ORTOGRAFÍA	Ausencia de faltas ortográficas y gramaticales. Perfectamente legible.	Ausencia de faltas ortográficas y gramaticales. Fácilmente legible.	Algunas faltas ortográficas y gramaticales. Fácilmente legible.	Gran cantidad de faltas ortográficas y gramaticales. Difícilmente legible.
BIBLIOGRAFÍA (Solo trabajos y proyectos)	Cita todas las fuentes utilizadas. Las ordena e incluye de forma correcta.	Cita muchas de las fuentes utilizadas. Las ordena e incluye de forma correcta.	Cita algunas de las fuentes utilizadas. No las ordena ni incluye de forma correcta.	No se citan las fuentes utilizadas.